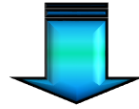




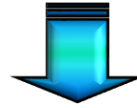
Aix Marseille Université
Crédit : Michelle Sergent



Expériences



Information



Décision



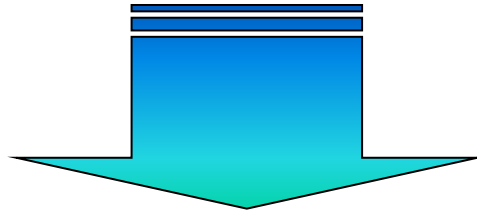
Risque



Le risque dépend de la qualité de l'information

La qualité de l'information dépend **des conditions expérimentales** : elle
dépend de la **position des points expérimentaux**
et non des résultats expérimentaux et du nombre d'expériences

Planification d'expériences



Un plan d'expériences peut être défini comme une **stratégie** qui permet d'organiser les expériences de telle sorte que l'information **soit obtenue aussi efficacement et précisément que possible**

Quelles sont les étapes pour planifier un DoE ?

Description du problème



Les objectifs

Formaliser un problème expérimental en identifiant ce que l'on mesure, ce que l'on contrôle, et ce qu'on cherche à comprendre ou optimiser.

- Quel est le contexte expérimental ou industriel ?
- Quel est le produit, le procédé, le système étudié ?
- Quel est le problème à résoudre ? (ex. : variabilité trop élevée, mauvaise performance, besoin d'optimisation...)
- Quels sont les paramètres susceptibles d'exercer une influence sur le problème ?
- Quels sont leur domaine d'action raisonnable ?

➤ Quel est le problème à résoudre ?

Nous voulons agir sur quelles caractéristiques mesurables?

Dans toute étude expérimentale, on cherche à **agir indirectement sur une caractéristique importante** du système étudié.
Cette caractéristique est appelée la réponse.

C'est ce que l'on mesure à la sortie du système.

C'est ce que l'on cherche à **réduire, augmenter ou stabiliser.**

Mais on ne peut pas la modifier directement :

On agit sur des facteurs qui, eux, sont contrôlables.

➤ Quels sont les paramètres susceptibles d'exercer une influence sur le problème ?

Pourquoi sont-ils essentiels ?

Ce sont **les leviers de l'expérimentation**

On cherche à comprendre **comment ils influencent la réponse**

Un bon choix de facteurs permet de **réduire les essais inutiles et optimiser la précision**

Attention : il existe aussi...

Des **facteurs parasites** (non contrôlés, mais pouvant avoir un effet)

Des **facteurs ignorés** (par méconnaissance ou choix expérimental)

➤ Quels sont leur domaine d'action raisonnable ?

Le **domaine expérimental** correspond à l'**ensemble des niveaux testés** pour chaque facteur au cours de l'étude.

Pourquoi le définir ?

C'est le **cadre de l'exploration** : là où on accepte de tester

Il garantit que :

Les essais sont **réalistes** (techniquement et économiquement faisables)

Les résultats sont **interprétables** dans un espace cohérent

On ne sort pas de la **zone de validité** du système

Pour chaque facteur, il faut définir :

Élément	Exemple
Facteur	Température (°C)
Domaine	de 180 à 220 °C
Niveaux testés	180, 200, 220

➤ Quels sont leur domaine d'action raisonnable ?

Lien avec le modèle mathématique

Le domaine expérimental doit rester cohérent avec le modèle choisi.

Si on utilise un modèle linéaire, il doit rester valide dans tout le domaine.

→ Si le système est non-linéaire au-delà d'une certaine zone, il faut réduire le domaine ou changer de modèle.

► Quels sont leur domaine d'action raisonnable ?

Domaines naturels vs codés

Domaine naturel

Température 150–180 °C

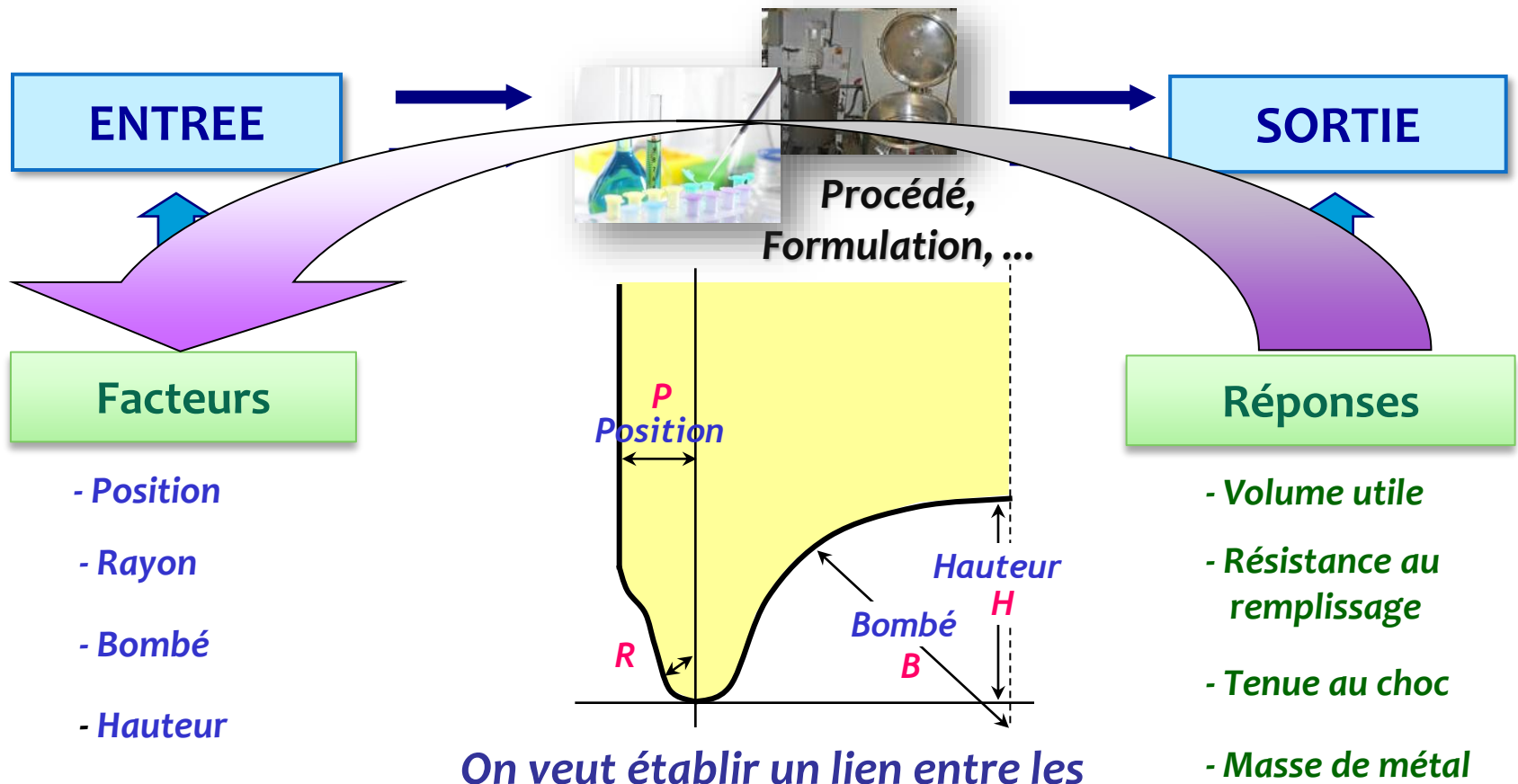
Concentration 10–30 %

Domaine codé

-1 à +1

-1 à +1

Le **domaine codé** permet une modélisation plus simple (analyse matricielle, estimation des effets, etc.).



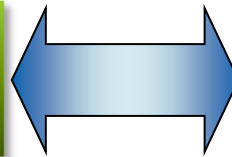
**Il faut établir une
Stratégie expérimentale**

Description du problème



Les objectifs

Liste des paramètres
maîtrisables



Liste des propriétés
mesurées

FACTEURS

REPONSES

Domaine de variation



Elaboration de la stratégie expérimentale

Plans d'expériences

Elaboration de la stratégie



Choisir un ensemble d'expériences **conformément**

AUX OBJECTIFS

Recherche exploratoire

Explorer le domaine expérimental uniformément

Criblage de facteurs

Rechercher rapidement, parmi un ensemble de facteurs potentiellement influents, ceux qui le sont effectivement

Etude quantitative de facteurs

Etudier les facteurs retenus d'une façon plus fine : interactions possibles entre les différents facteurs

Optimisation

Rechercher l'optimum d'une ou plusieurs réponses expérimentales pour un process ou une formule



Plan d'expériences adéquat !

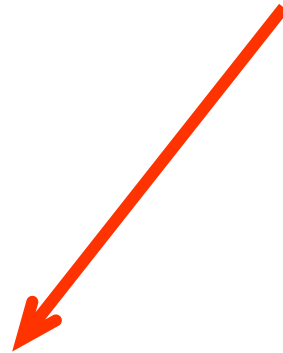


Elaboration de la stratégie



Choisir un ensemble d'expériences **conformément**

AUX OBJECTIFS



Criblage de
facteurs



Etude quantitative de
facteurs



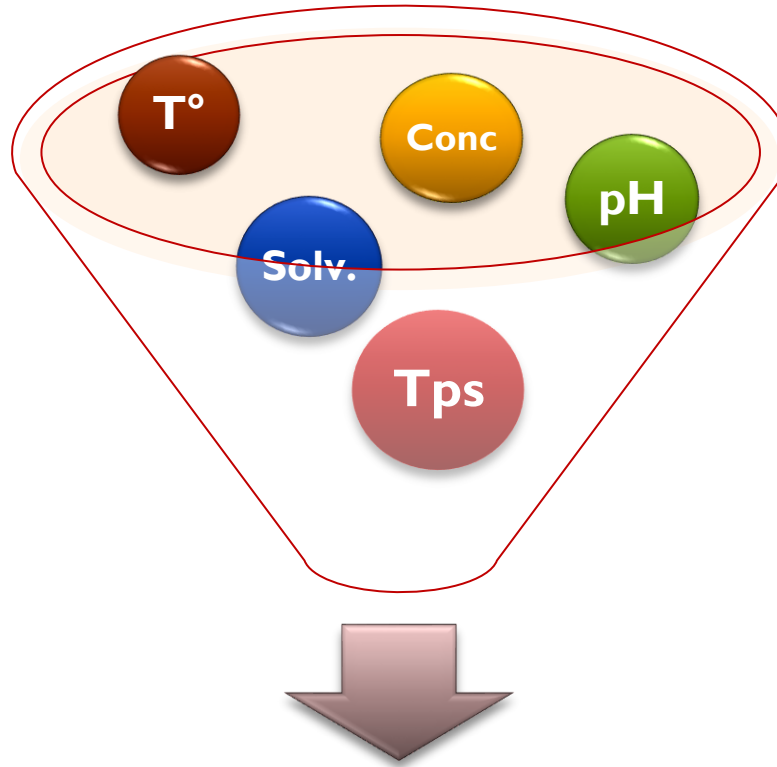
Optimisation



Le criblage de facteurs

Quand ?

Vous avez déjà réalisé quelques essais (< 10) : vous avez maintenant besoin d'un **plan de screening**



Quels facteurs ?

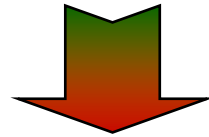
Tous les facteurs **potentiellement influents** pour lesquels on attend une information

- Détecter les facteurs les plus influents
- Comparer le comportement de différentes modalités
- Hiérarchiser les facteurs par ordre d'importance

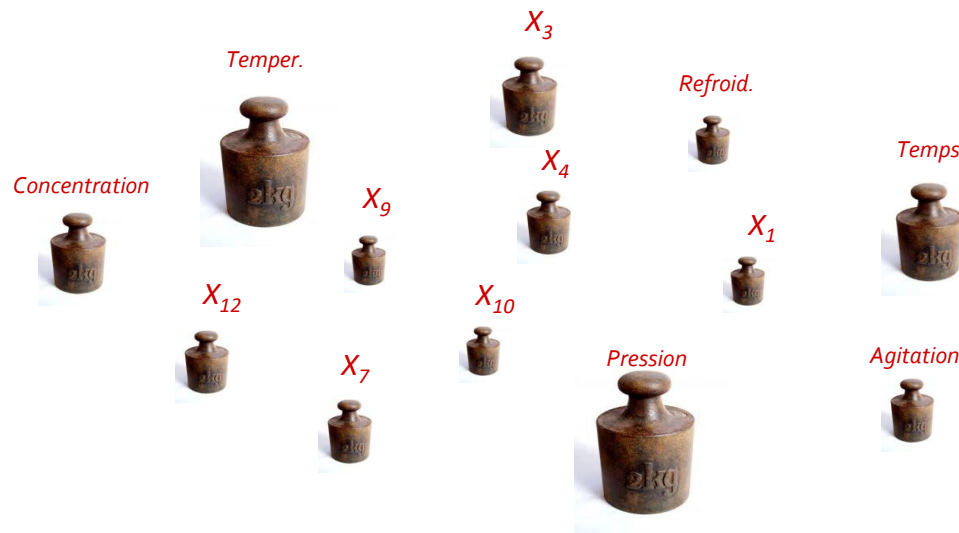
Screening de facteurs

Criblage de facteurs Analyse de sensibilité

Stratégie permettant de rapidement identifier les quelques **facteurs réellement influents (h)** parmi un grand nombre de facteurs **potentiellement influents (k)**

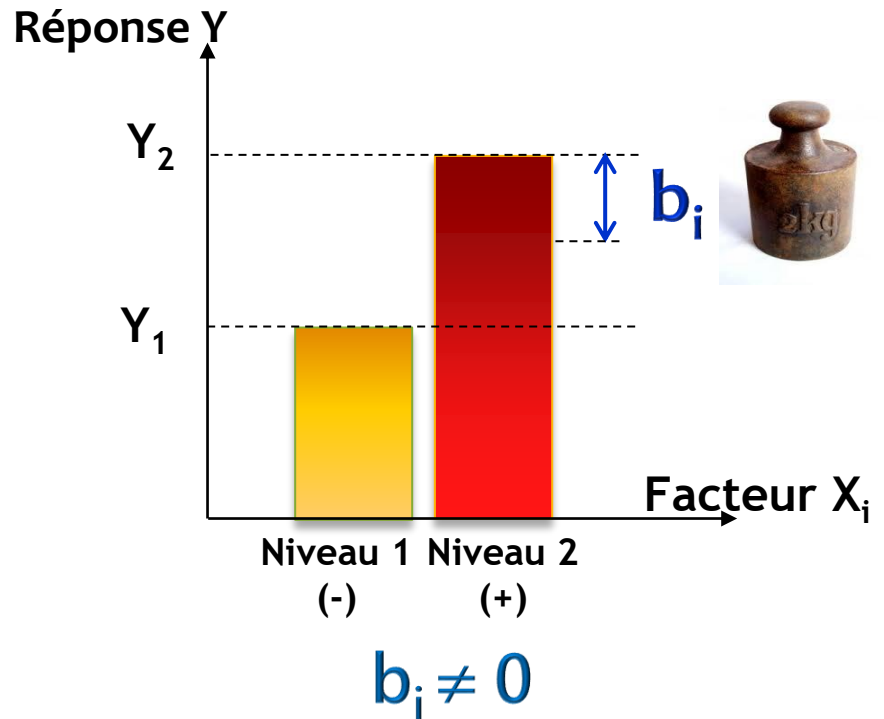
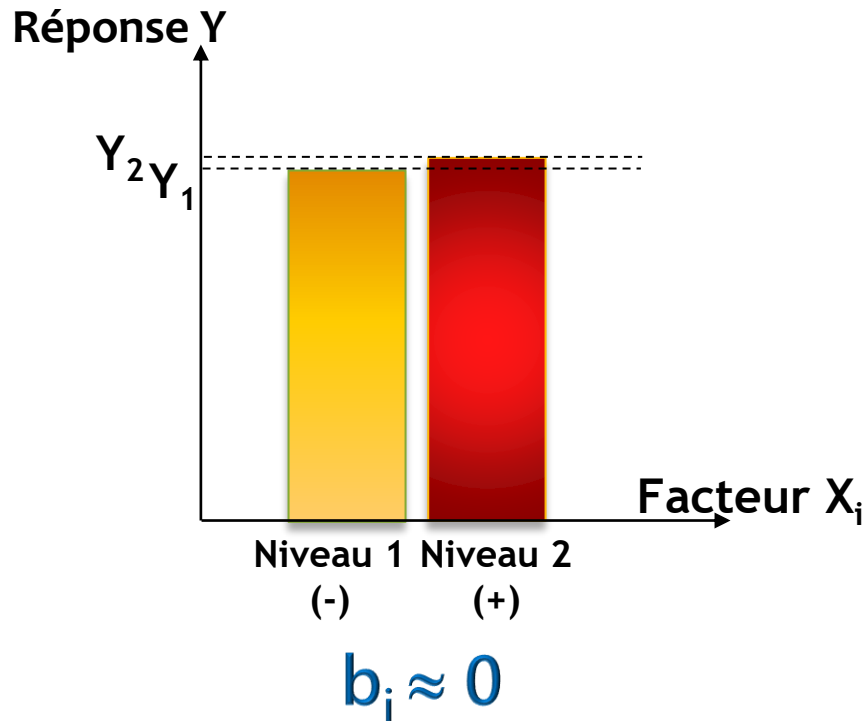


Estimation du "poids" des facteurs



La stratégie expérimentale a pour but **d'établir une relation** entre la variation des **Facteurs** (X_i) et la variation des **Réponses** (Y_i)

Etude de criblage pour des facteurs dont on compare le comportement de 2 niveaux :



$$b_i: \text{"effet" du facteur } X_i = \frac{\bar{Y}_{(+1)} - \bar{Y}_{(-1)}}{2}$$

Cas d'étude : *Procédé de soudure au laser*

→ Réponse expérimentale : Nombre de "soufflures" dans la soudure
(nb de défauts)

→ Facteurs étudiés:

FACTEURS
Vitesse déplacement
Mélange
Puissance

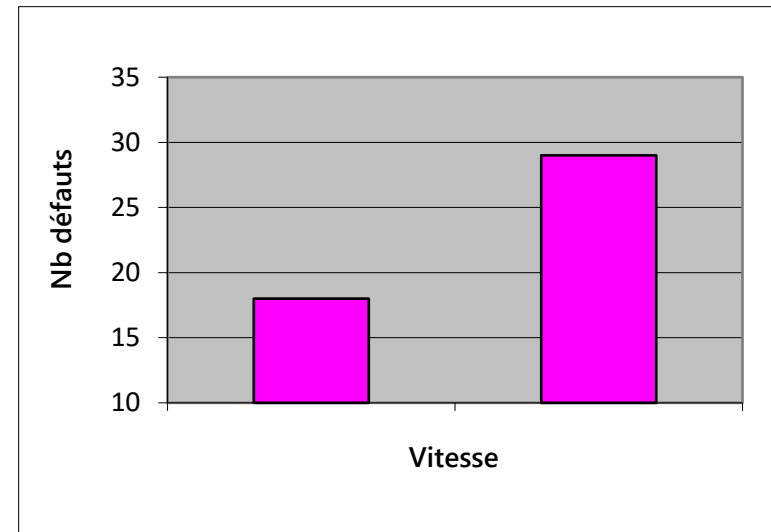
"Effet" de la vitesse de déplacement :

"1 facteur à la fois"

Vitesse (cm/mn)
20
30

Effet de la vitesse :

$$b_V = (29 - 18)/2 \\ = 5.5$$



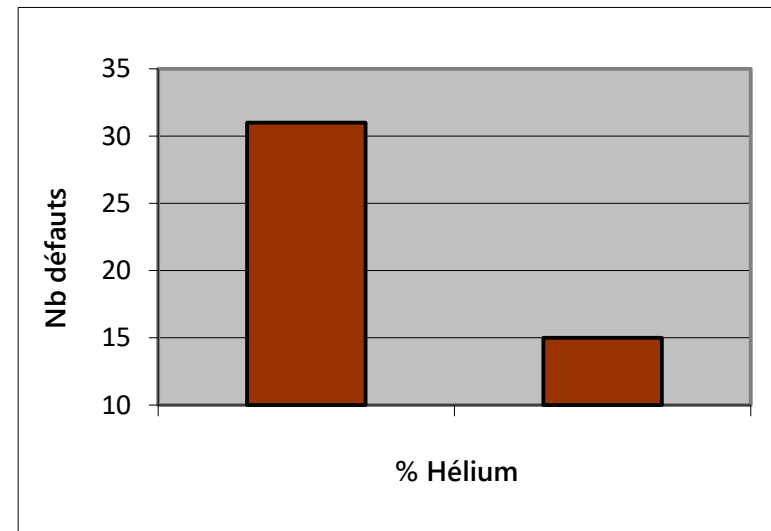
"Effet" du mélange :

"1 facteur à la fois"

% Hélium
30 %
50 %

Effet du % Hélium :

$$b_{He} = (15 - 31)/2 \\ = - 8.0$$



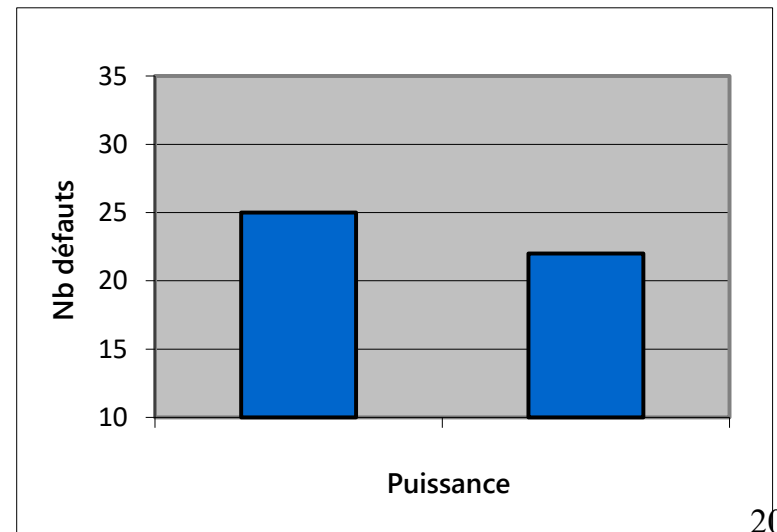
"1 facteur à la fois"

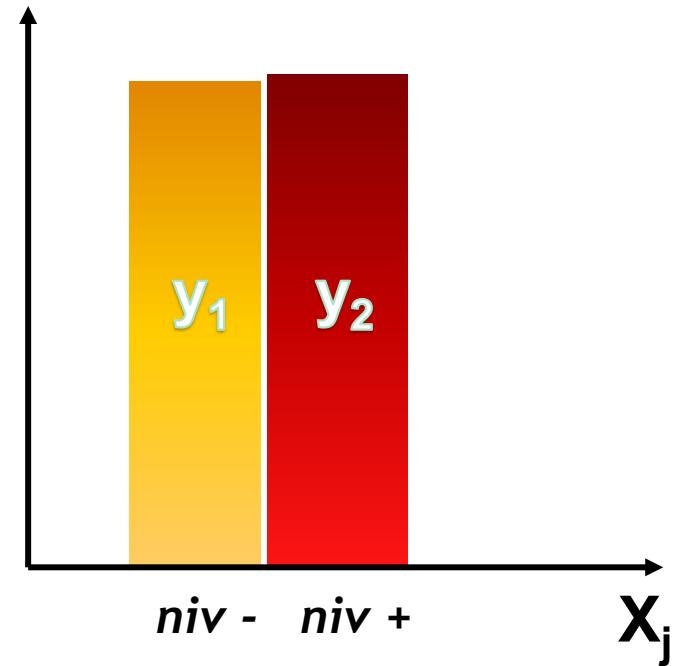
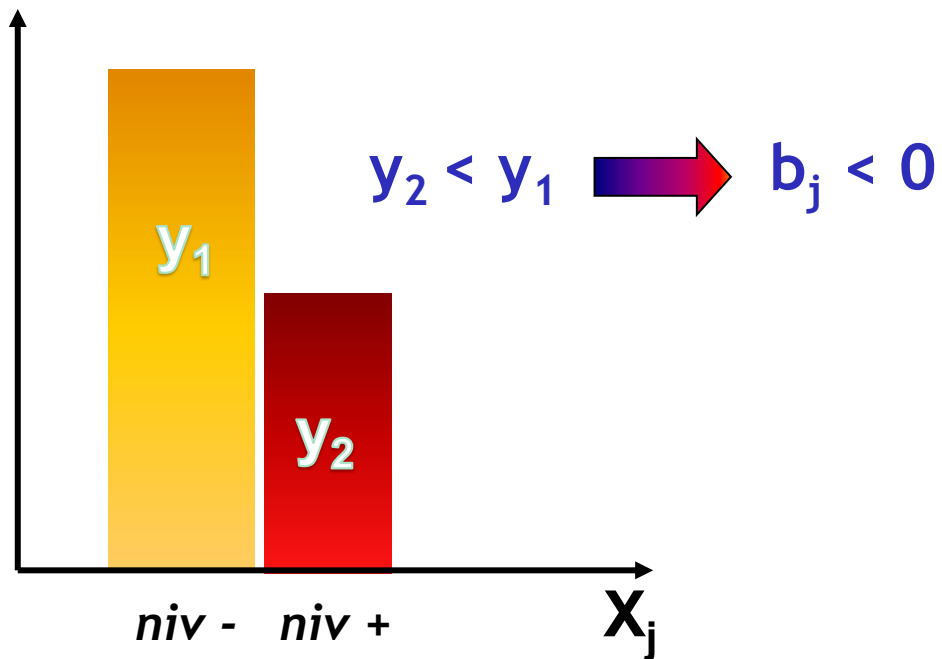
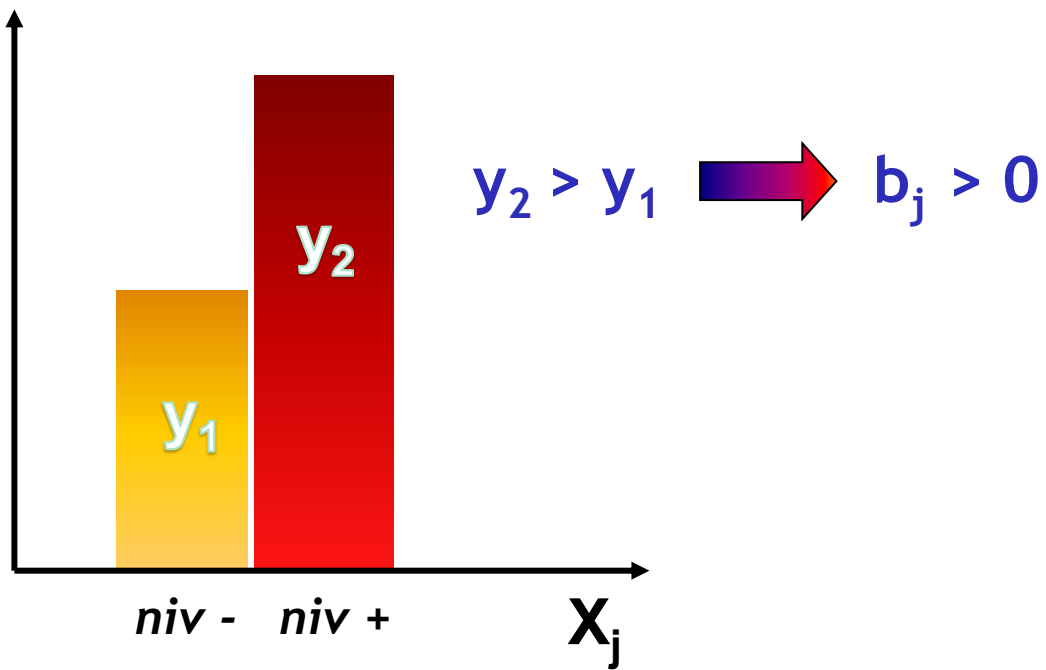
"Effet" de la puissance :

P
650 W
750 W

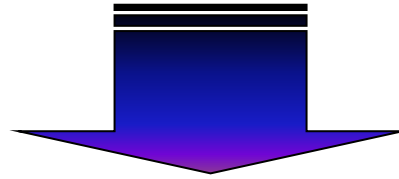
Effet de la Puissance :

$$b_p = (22 - 25)/2$$
$$= -1.5$$

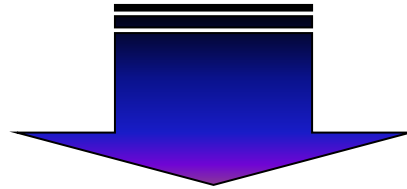




La qualité d'une information statistique dépend essentiellement :
des **conditions expérimentales**



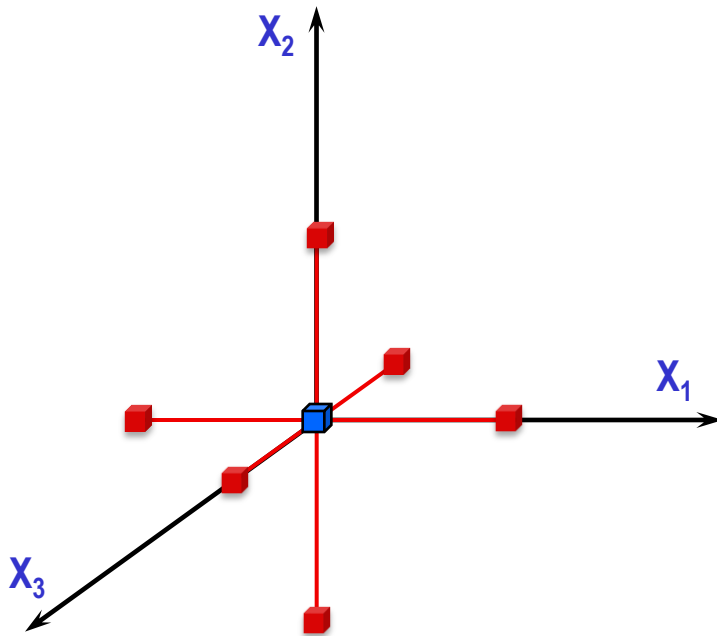
Plans d'expériences



Un ensemble d'expériences planifiées !

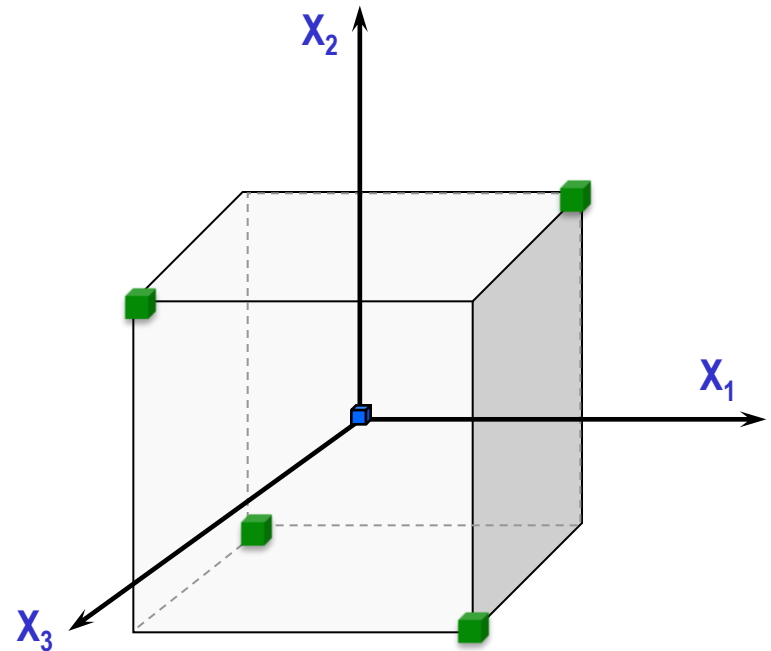
Exemple : Etude de 3 facteurs (X_1 , X_2 , X_3)

"1 facteur à la fois"



6 expériences

"Plan d'expériences"



4 expériences

"Effet" de X_1 , de X_2 , de X_3

Plan d'expériences optimal pour calculer l'"effet"
de 3 facteurs à 2 niveaux : **Matrice d'Hadamard**

N°	X_1	X_2	X_3
1	+	+	-
2	-	+	+
3	+	-	+
4	-	-	-

Domaine expérimental

FACTEURS	Niveau -	Niveau +
Vitesse déplacement	20 cm/min	30 cm/min
Mélange	30 % d'Hélium	50 % Hélium
Puissance	650 W	750 W

Réponse expérimentale étudiée

η : Nombre de soufflures

	FACTEURS	Niveau -	Niveau +
U_1	Vitesse	20 cm/min	30 cm/min
U_2	% Hélium	30 %	50 %
U_3	Puissance	650 W	750 W

Matrice d'expériences

N	X_1	X_2	X_3
1	+ 1	+ 1	- 1
2	- 1	+ 1	+ 1
3	+ 1	- 1	+ 1
4	- 1	- 1	- 1

$$b_1 = \frac{(22 + 35) - (8 + 27)}{2} = +5.5$$

$$b_2 = \frac{(22 + 8) - (35 + 27)}{2} = -8.0$$

$$b_3 = \frac{(8 + 35) - (22 + 27)}{2} = -1.5$$

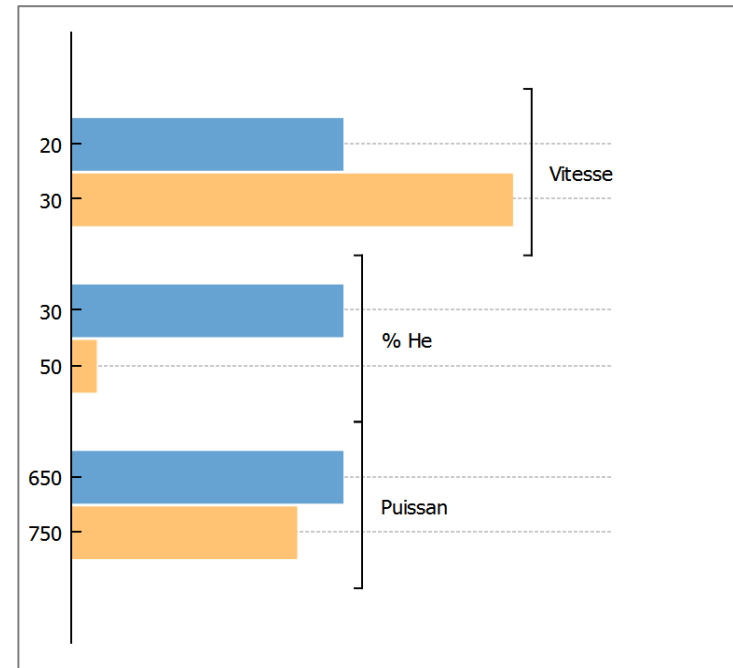
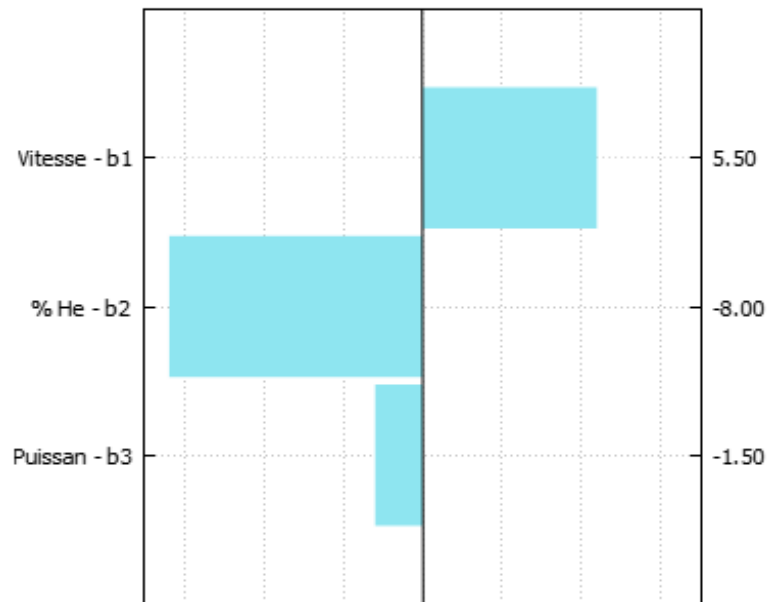
N	X ₁	X ₂	X ₃	Y
1	+ 1	+ 1	- 1	22
2	- 1	+ 1	+ 1	8
3	+ 1	- 1	+ 1	35
4	- 1	- 1	- 1	27

Effet du facteur X_i :

$$b_i = \frac{\bar{y}_{(+1)} - \bar{y}_{(-1)}}{2}$$

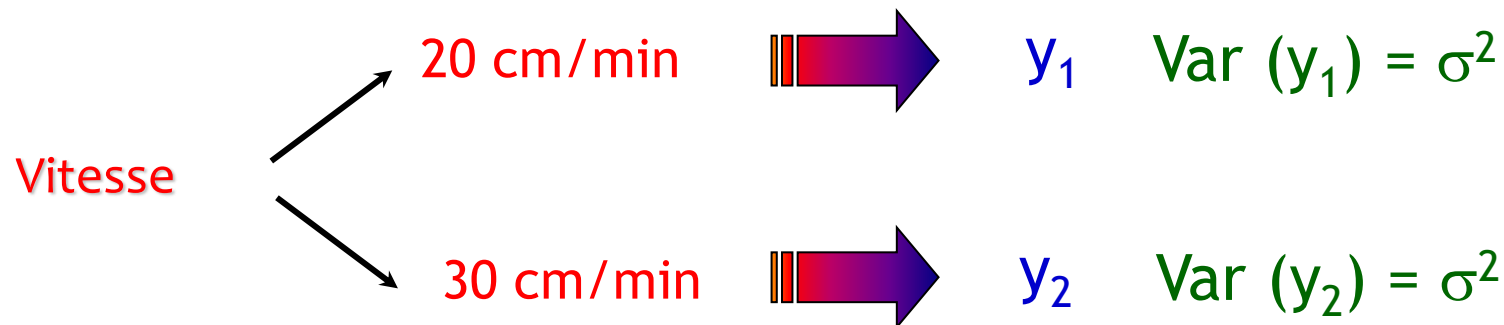
Etude graphique des effets de la réponse :

Nombre de soufflures



La qualité de l'information est meilleure !!!

"1 facteur à la fois"



$$b_{\text{Vitesse}} = \frac{y_2 - y_1}{2}$$

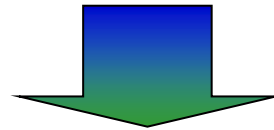
$$\text{Var}[b_{\text{Vitesse}}] = \text{Var}\left[\frac{y_2 - y_1}{2}\right]$$

$$\text{Var}[b_{\text{Vitesse}}] = \frac{1}{4} (\sigma^2 + \sigma^2) = \frac{1}{2} \sigma^2$$

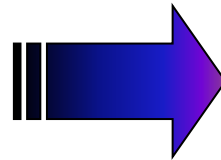
Plan d'expériences :

"tous les facteurs ensemble"

Plan d'expériences $2^3/4$



$b_{(Vitesse)}$



4 expériences

$$b_{Vitesse} = \frac{y_1 - y_2 + y_3 - y_4}{4}$$

$$\text{Var}[b_{Vitesse}] = \text{Var}\left[\frac{y_1 - y_2 + y_3 - y_4}{4}\right]$$

$$\text{Var}[b_{Vitesse}] = 1/16 (\sigma^2 + \sigma^2 + \sigma^2 + \sigma^2) = 1/4 \sigma^2$$

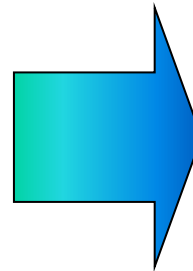
La qualité de l'information est meilleure !!!

Pour n'importe quelle matrice d'expériences de **N** expériences étudiant des facteurs à 2 niveaux, la **variance** de l'estimateur b_j , est telle que :

$$\text{var}(b_j) \geq \sigma^2/N$$

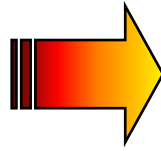
k : nombre de facteurs

N : nombre d'expériences



$$N \geq k+1$$

3 facteurs à 2 niveaux



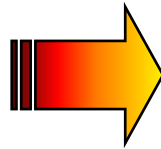
4 expériences



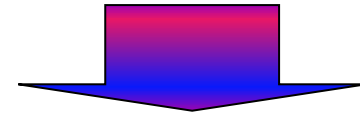
$$\text{var}(b_j) \geq \sigma^2/4$$

.....

k facteurs à 2 niveaux



$$N \geq k + 1$$



Plan d'expériences optimal :

$$\text{var}(b_j) = \sigma^2/N$$

Matrices d'Hadamard

N : multiple de 4

Matrices d'Hadamard

Les matrices d'expériences d'Hadamard permettent d'estimer les "poids" (b_j) de k facteurs à 2 niveaux en N expériences, avec une variance :

$$\text{var}(b_j) = \sigma^2 / N$$

*Ces matrices existent pour un nombre d'expériences **N** , multiple de 4 et se construisent selon un algorithme qui donne la 1^{ère} ligne (ou la 1^{ère} colonne) de la matrice d'expériences, présentée ci-dessous, puis les autres lignes sont générées par permutation circulaire horizontale (ou verticale) de cette ligne.*

La dernière ligne de la matrice d'Hadamard est toujours une ligne ne comportant que des signes (-).

MATRICES D'HADAMARD $N \equiv 0 \pmod{4}$

PLACKETT R.L. et BURMAN J.P.

Design of optimum multifactorial experiments.

Biometrika, 1946, 33, 305.

$N = 4$ + + -

$N = 8$ + + + - + - -

$N = 12$ + + - + + + - - - + -

$N = 16$ + + + + - + - + + - - + - - -

$N = 20$ + + - - + + + + - + - + - - - - + + -

$N = 24$ + + + + + - + - + + - - + + - - + - + - - - -

Cas d'étude :

Etude du cycle de compression d'une céramique composite

Le **frittage** est un traitement thermique qui permet d'augmenter la densité d'un aggloméré de poudres à une température inférieure à celle de la fusion. Lorsque la température est seule prise en compte, il s'agit de frittage naturel. Mais dans de nombreux cas, le frittage naturel des phases pures n'est pas possible, il faut donc recourir soit à des adjuvants de frittage que l'on ajoute afin de modifier l'équilibre des surfaces des particules soit à la compression à chaud. Dans ce cas, on ajoute à l'action de la température, l'action d'une forte pression appliquée sur le matériau. Ces forces de pression sont très élevées, la densification peut être achevée à des températures relativement basses. Les matériaux résultant possèdent d'excellentes propriétés: leurs microstructures sont fines et ils ne présentent que très peu ou pas de porosité résiduelle.

Réponses expérimentales

Y_1 : Densité relative (voisine de 100 %)

Y_2 : Porosité ouverte (voisine de 0 %)

Y_3 : Résistance à la flexion (max)

Objectif :

"Repérer" rapidement les facteurs influents sur les réponses



déterminer expérimentalement le **poids** de chaque niveau de chaque facteur, les **classer** et donc **choisir**, pour une étude ultérieure plus fine, les niveaux des facteurs qui sont les plus intéressants.



Les facteurs :

Les chercheurs ont tout d'abord fait une étude préliminaire permettant de trouver, parmi l'ensemble des facteurs, ceux dont la variation entraîne une variation des réponses étudiées. Ils ont opté pour des cycles de frittage à deux paliers de température : un palier à une **température** (U_1) pendant une **durée** (U_2), au cours de ce palier s'effectue la plus grande partie de la densification, suivi d'un palier à une **température** (U_3), plus élevée pendant une **durée** (U_4) plus courte. Ceci permet d'éliminer la porosité résiduelle. Au début du frittage, on applique une **pression** (U_7).

Les facteurs (suite)

Ils ont fait varier aussi la **vitesse de montée en température** (U_5) et la **vitesse de descente en température** (U_6). Ceci permet de maintenir la haute température pendant un temps court et donc de limiter le risque de croissance anormale de grains. Ils ont rajouté le **moment de mise en pression** (U_8), le moment de **relâchement de la pression** (U_9), la **vitesse de montée** (U_{10}) et de **descente** (U_{11}) en pression. Le choix des niveaux pour les facteurs étudiés a été fait de manière à ce que ces valeurs permettent d'obtenir des matériaux frittés de différentes qualité.

Domaine expérimental

FACTEURS	Niveau(-)	Niveau(+)
U₁ : Température 1^{er} palier	1700	1800
U₂ : Durée 1^{er} palier	15	45
U₃ : Température 2^{ème} palier	U₁+50	U₁+150
U₄ : Durée 2^{ème} palier	5	15
U₅ : Vitesse montée température	10	30
U₆ : Vitesse descente température	10	30
U₇ : Pression	20	40
U₈ : Moment mise en pression	Mp1	Mp2
U₉ : Moment relâchement pression	Rp1	Rp2
U₁₀ : Vitesse montée pression	0,1	1,0
U₁₁ : Vitesse descente pression	0,1	1,0

OBJECTIF CRIBLAGE

Rechercher rapidement, parmi un ensemble de facteurs potentiellement influents, ceux qui le sont effectivement dans un domaine expérimental d'intérêt

➡ *Construire la matrice d'expériences*

➡ *Construire le plan d'expérimentation*

Vérifier si la stratégie respecte les objectifs et les contraintes

➡ *Faire les expériences*

➡ *Calculer les estimations des "poids"*

Interprétation

OBJECTIF CRIBLAGE

Rechercher rapidement, parmi un ensemble de facteurs potentiellement influents, ceux qui le sont effectivement dans un domaine expérimental d'intérêt

➡ **Construire la matrice d'expériences**

LES METHODES

Facteurs à 2 niveaux

Matrices d'Hadamard

k facteurs à 2 niveaux



$$N \geq k + 1$$

$N \equiv \text{multiple de } 4$

MATRICES D'HADAMARD $N \equiv 0 \pmod{4}$

PLACKETT R.L. et BURMAN J.P.

Design of optimum multifactorial experiments.

Biometrika, 1946, 33, 305.

$N = 4$	$+$ $+$ $-$
$N = 8$	$+$ $+$ $+$ $-$ $+$ $-$ $-$
$N = 12$	$+$ $+$ $-$ $+$ $+$ $+$ $-$ $-$ $-$ $+$ $-$
$N = 16$	$+$ $+$ $+$ $+$ $-$ $+$ $-$ $+$ $+$ $-$ $-$ $+$ $-$ $-$ $-$
$N = 20$	$+$ $+$ $-$ $-$ $+$ $+$ $+$ $+$ $-$ $+$ $-$ $+$ $-$ $-$ $-$ $-$ $+$ $+$ $-$
$N = 24$	$+$ $+$ $+$ $+$ $+$ $-$ $+$ $-$ $+$ $+$ $-$ $-$ $+$ $+$ $-$ $-$ $+$ $-$ $+$ $-$ $-$ $-$ $-$

Stratégie expérimentale optimale

Plan d'expériences pour "peser"

11 facteurs avec 2 niveaux,

avec une **qualité optimale** et un **nombre minimum d'expériences**

$k = 11$

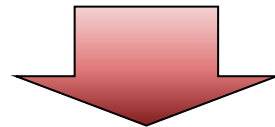


$N \geq 12$

MATRICES D'HADAMARD $N = 0 \text{ (modulo 4)}$

$N = 12$

+ + - + + + - - - + -



b_i : "poids" des facteurs

$(b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6, b_7, b_8, b_9, b_{10}, b_{11})$

$\text{Var}(b_j) : \sigma^2/12$

MATRICE D'HADAMARD

| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
|----|--|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|
| 1 | | + | + | - | + | + | + | - | - | - | + | - |
| 2 | | | | | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | | | | | | |
| 5 | | | | | | | | | | | | |
| 6 | | | | | | | | | | | | |
| 7 | | | | | | | | | | | | |
| 8 | | | | | | | | | | | | |
| 9 | | | | | | | | | | | | |
| 10 | | | | | | | | | | | | |
| 11 | | | | | | | | | | | | |
| 12 | | | | | | | | | | | | |

MATRICE D'EXPERIENCES

Une matrice d'expériences est un objet mathématique qui représente, sous forme codée ou normée, **l'ensemble des expériences à réaliser.**

C'est un tableau de **N** lignes, correspondant aux **N** expériences, et de **k** colonnes, correspondant aux **k** variables étudiées. L'élément x_{ij} de la matrice ainsi formée correspond au niveau que prend la **j**^{ème} variable (codée ou normée) à la **i**^{ème} expérience.

Matrice d'expériences

| | X_1 | X_2 | X_3 | X_4 | X_5 | X_6 | X_7 | X_8 | X_9 | X_{10} | X_{11} |
|----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|----------|
| 1 | + | + | - | + | + | + | - | - | - | + | - |
| 2 | - | + | + | - | + | + | + | - | - | - | + |
| 3 | + | - | + | + | - | + | + | + | - | - | - |
| 4 | - | + | - | + | + | - | + | + | + | - | - |
| 5 | - | - | + | - | + | + | - | + | + | + | - |
| 6 | - | - | - | + | - | + | + | - | + | + | + |
| 7 | + | - | - | - | + | - | + | + | - | + | + |
| 8 | + | + | - | - | - | + | - | + | + | - | + |
| 9 | + | + | + | - | - | - | + | - | + | + | - |
| 10 | - | + | + | + | - | - | - | + | - | + | + |
| 11 | + | - | + | + | + | - | - | - | + | - | + |
| 12 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |

OBJECTIF CRIBLAGE

Rechercher rapidement, parmi un ensemble de facteurs potentiellement influents, ceux qui le sont effectivement dans un domaine expérimental d'intérêt

- ➡ **Construire la matrice d'expériences**
- ➡ **Construire le plan d'expérimentation**

Vérifier si la stratégie respecte les objectifs et les contraintes

PLAN D'EXPERIMENTATION

C'est la "**traduction**" d'une *matrice d'expériences* en **variables naturelles** (facteurs).

C'est donc un tableau contenant des données *directement utilisables* par l'expérimentateur.

Ce tableau est, comme la matrice d'expériences, constitué de **N** lignes et de **k** colonnes. Chacun de ses éléments **U_{ij}** correspond au niveau que prend la **j^{ème}** variable naturelle à la **i^{ème}** expérience.

| N | X ₁ | X ₂ | X ₃ | X ₄ | X ₅ | X ₆ | X ₇ | X ₈ | X ₉ | X ₁₀ | X ₁₁ |
|---|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-----------------|-----------------|
| 1 | + | + | - | + | + | + | - | - | - | + | - |

| FACTEURS | Niveau(-) | Niveau(+) |
|--|--------------------|---------------------|
| U ₁ : Température 1 ^{er} palier | 1700 | 1800 |
| U ₂ : Durée 1 ^{er} palier | 15 | 45 |
| U ₃ : Température 2 ^{ème} palier | U ₁ +50 | U ₁ +150 |
| U ₄ : Durée 2 ^{ème} palier | 5 | 15 |
| U ₅ : Vitesse montée température | 10 | 30 |
| U ₆ : Vitesse descente température | 10 | 30 |
| U ₇ : Pression | 20 | 40 |
| U ₈ : Moment mise en pression | Mp1 | Mp2 |
| U ₉ : Moment relâchement pression | Rp1 | Rp2 |
| U ₁₀ : Vitesse montée pression | 0,1 | 1,0 |
| U ₁₁ : Vitesse descente pression | 0,1 | 1,0 |

Plan d'expérimentation

| N | U₁
°C | U₂
mn | U₃
°C | U₄
mn | U₅
°C/mn | U₆
°C/mn | U₇
MPa | U₈
MPa | U₉
MPa | U₁₀
MPa/s | U₁₁
MPa/s |
|-----------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| 1 | 1800 | 45 | U₁+50 | 15 | 30 | 30 | 20 | Mp1 | Rp1 | 1,0 | 0,1 |
| 2 | 1700 | 45 | U₁+150 | 5 | 30 | 30 | 40 | Mp1 | Rp1 | 0,1 | 1,0 |
| 3 | 1800 | 15 | U₁+150 | 15 | 10 | 30 | 40 | Mp2 | Rp1 | 0,1 | 0,1 |
| 4 | 1700 | 45 | U₁+50 | 15 | 30 | 10 | 40 | Mp2 | Rp2 | 0,1 | 0,1 |
| 5 | 1700 | 15 | U₁+150 | 5 | 30 | 30 | 20 | Mp2 | Rp2 | 1,0 | 0,1 |
| 6 | 1700 | 15 | U₁+50 | 15 | 10 | 30 | 40 | Mp1 | Rp2 | 1,0 | 1,0 |
| 7 | 1800 | 15 | U₁+50 | 5 | 30 | 10 | 40 | Mp2 | Rp1 | 1,0 | 1,0 |
| 8 | 1800 | 45 | U₁+50 | 5 | 10 | 30 | 20 | Mp2 | Rp2 | 0,1 | 1,0 |
| 9 | 1800 | 45 | U₁+150 | 5 | 10 | 10 | 40 | Mp1 | Rp2 | 1,0 | 0,1 |
| 10 | 1700 | 45 | U₁+150 | 15 | 10 | 10 | 20 | Mp2 | Rp1 | 1,0 | 1,0 |
| 11 | 1800 | 15 | U₁+150 | 15 | 30 | 10 | 20 | Mp1 | Rp2 | 0,1 | 1,0 |
| 12 | 1700 | 15 | U₁+50 | 5 | 10 | 10 | 20 | Mp1 | Rp1 | 0,1 | 0,1 |

OBJECTIF CRIBLAGE

Rechercher rapidement, parmi un ensemble de facteurs potentiellement influents, ceux qui le sont effectivement dans un domaine expérimental d'intérêt

- ➡ **Construire la matrice d'expériences**
- ➡ **Construire le plan d'expérimentation**
 - Vérifier si la stratégie respecte les objectifs et les contraintes*
- ➡ **Faire les expériences**

Plan d'expérimentation + réponse expérimentale

| N | U₁
°C | U₂
mn | U₃
°C | U₄
mn | U₅
°C/mn | U₆
°C/mn | U₇
MPa | U₈
MPa | U₉
MPa | U₁₀
MPa/s | U₁₁
MPa/s | Porosité |
|-----------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|--------------------------------|--------------------------------|-----------------|
| 1 | 1800 | 45 | U ₁ +50 | 15 | 30 | 30 | 20 | Mp1 | Rp1 | 1,0 | 0,1 | 1,79 |
| 2 | 1700 | 45 | U ₁ +150 | 5 | 30 | 30 | 40 | Mp1 | Rp1 | 0,1 | 1,0 | 0,03 |
| 3 | 1800 | 15 | U ₁ +150 | 15 | 10 | 30 | 40 | Mp2 | Rp1 | 0,1 | 0,1 | 0,23 |
| 4 | 1700 | 45 | U ₁ +50 | 15 | 30 | 10 | 40 | Mp2 | Rp2 | 0,1 | 0,1 | 1,49 |
| 5 | 1700 | 15 | U ₁ +150 | 5 | 30 | 30 | 20 | Mp2 | Rp2 | 1,0 | 0,1 | 3,63 |
| 6 | 1700 | 15 | U ₁ +50 | 15 | 10 | 30 | 40 | Mp1 | Rp2 | 1,0 | 1,0 | 1,75 |
| 7 | 1800 | 15 | U ₁ +50 | 5 | 30 | 10 | 40 | Mp2 | Rp1 | 1,0 | 1,0 | 2,21 |
| 8 | 1800 | 45 | U ₁ +50 | 5 | 10 | 30 | 20 | Mp2 | Rp2 | 0,1 | 1,0 | 1,09 |
| 9 | 1800 | 45 | U ₁ +150 | 5 | 10 | 10 | 40 | Mp1 | Rp2 | 1,0 | 0,1 | 0,47 |
| 10 | 1700 | 45 | U ₁ +150 | 15 | 10 | 10 | 20 | Mp2 | Rp1 | 1,0 | 1,0 | 4,13 |
| 11 | 1800 | 15 | U ₁ +150 | 15 | 30 | 10 | 20 | Mp1 | Rp2 | 0,1 | 1,0 | 0,09 |
| 12 | 1700 | 15 | U ₁ +50 | 5 | 10 | 10 | 20 | Mp1 | Rp1 | 0,1 | 0,1 | 0,49 |

Réponses
expérimentales

| Y_1 | Y_2 | Y_3 |
|-------|-------|-------|
| 91,2 | 1,79 | 845 |
| 92,7 | 0,03 | 1022 |
| 99,2 | 0,23 | 1067 |
| 90,6 | 1,49 | 878 |
| 80,3 | 3,63 | 715 |
| 90,6 | 1,75 | 911 |
| 96,9 | 2,21 | 1020 |
| 92,2 | 1,09 | 891 |
| 99,1 | 0,47 | 1076 |
| 77,3 | 4,13 | 774 |
| 92,7 | 0,09 | 987 |
| 77,4 | 0,49 | 640 |

OBJECTIF CRIBLAGE

Rechercher rapidement, parmi un ensemble de facteurs potentiellement influents, ceux qui le sont effectivement dans un domaine expérimental d'intérêt

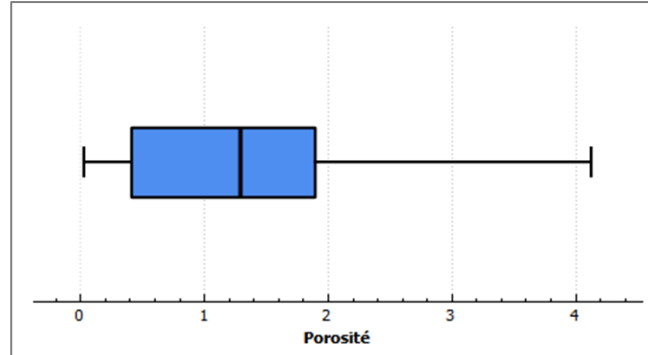
- ➡ **Construire la matrice d'expériences**
- ➡ **Construire le plan d'expérimentation**

Vérifier si la stratégie respecte les objectifs et les contraintes

- ➡ **Faire les expériences**
- ➡ **Calculer les estimations des "poids"**

Interprétation

BOX PLOT résultats expérimentaux : Réponse Y1 : Porosité



Statistiques - Porosité

| | Valeur |
|------------|--------|
| Moyenne | 1.45 |
| Ecart-type | 1.35 |
| Minimum | 0.03 |
| Maximum | 4.13 |
| Q1 | 0.41 |
| Médiane | 1.29 |
| Q3 | 1.895 |



Quelques facteurs sont probablement influents !

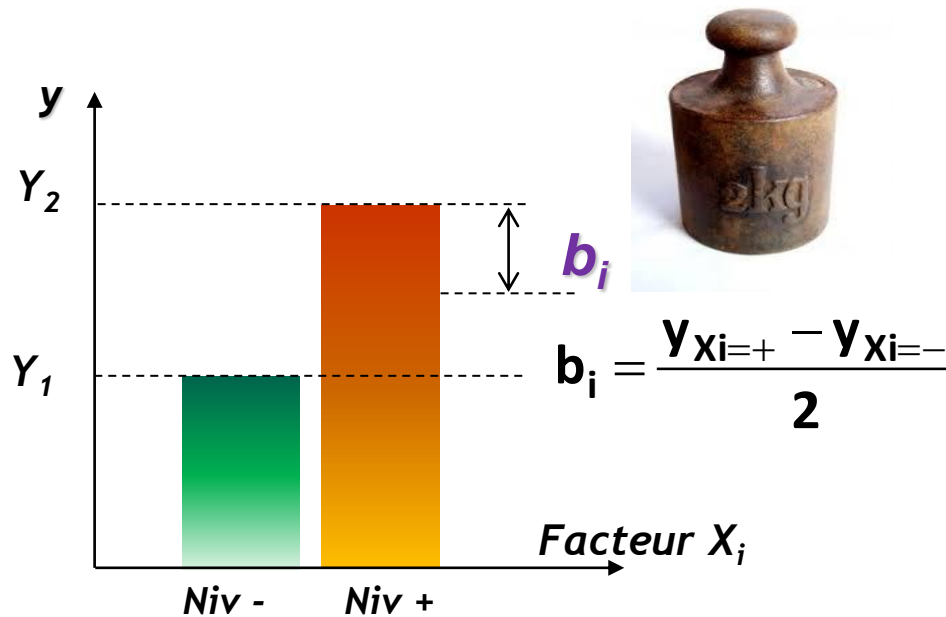
Matrice des effets

| N | X_1 | X_2 | X_3 | X_4 | X_5 | X_6 | X_7 | Y_2 |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1 | + | + | - | + | + | + | - | 1,79 |
| 2 | - | + | + | - | + | + | + | 0,03 |
| 3 | + | - | + | + | - | + | + | 0,23 |
| 4 | - | + | - | + | + | - | + | 1,49 |
| 5 | - | - | + | - | + | + | - | 3,63 |
| 6 | - | - | - | + | - | + | + | 1,75 |
| 7 | + | - | - | - | + | - | + | 2,21 |
| 8 | + | + | - | - | - | + | - | 1,09 |
| 9 | + | + | + | - | - | - | + | 0,47 |
| 10 | - | + | + | + | - | - | - | 4,13 |
| 11 | + | - | + | + | + | - | - | 0,09 |
| 12 | - | - | - | - | - | - | - | 0,49 |

$b_7 = -0.42$

Calcul des "poids":

= Variation de la réponse lorsque le facteur varie

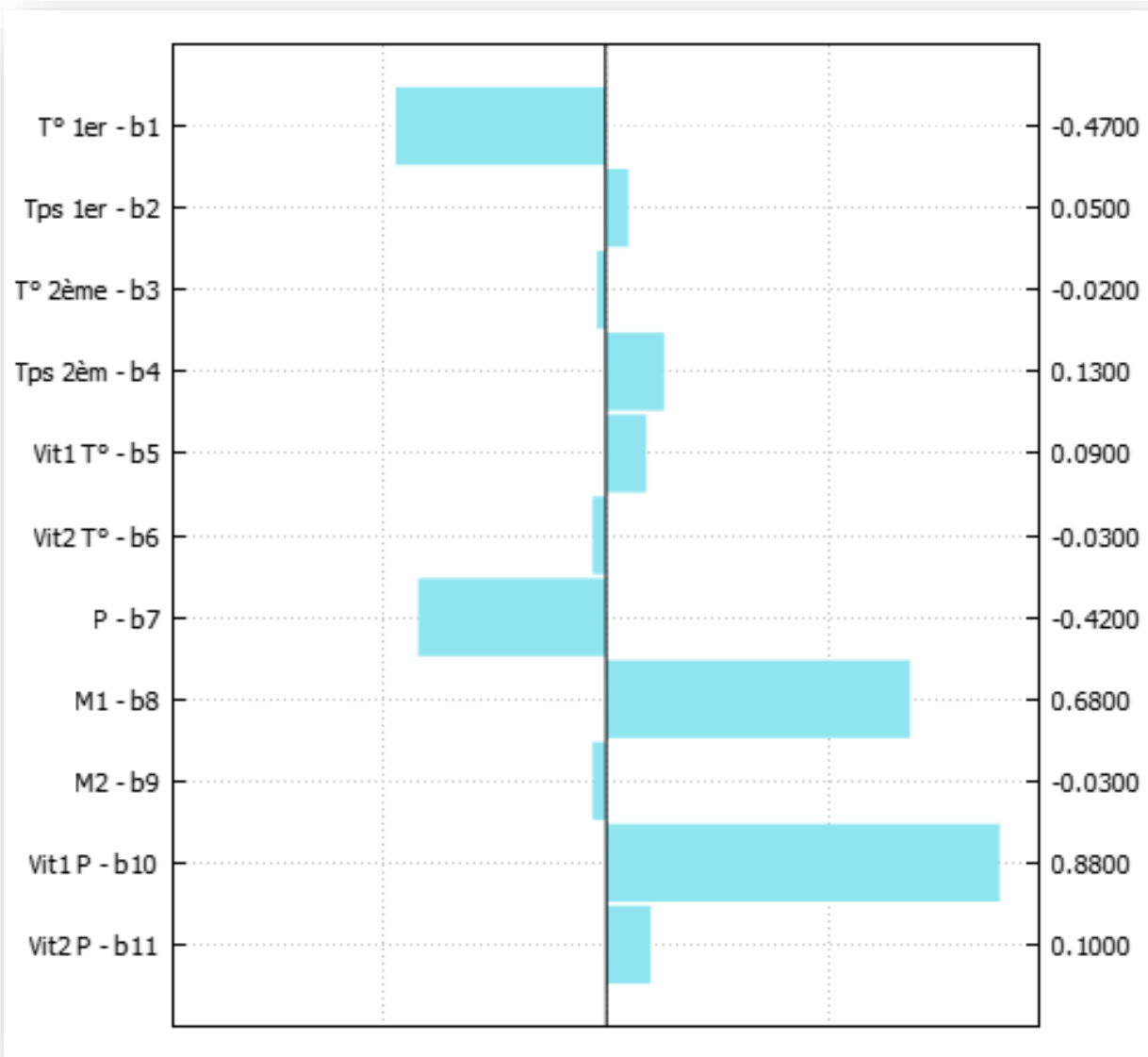


| | | Poros. |
|---------------------|------------|--------|
| | $b_0 =$ | 1,45 |
| T° 1er palier | $b_1 =$ | -0,47 |
| Durée palier 1 | $b_2 =$ | 0,05 |
| T° palier 2 | $b_3 =$ | -0,02 |
| Durée palier 2 | $b_4 =$ | 0,13 |
| Vit. Montée T° | $b_5 =$ | 0,09 |
| Vit. Descente T° | $b_6 =$ | -0,03 |
| Pression | $b_7 =$ | -0,42 |
| Mise en pression | $b_8 =$ | 0,68 |
| Relâchement Pres. | $b_9 =$ | -0,03 |
| Vit. Montée Pres. | $b_{10} =$ | 0,88 |
| Vit. Descente Pres. | $b_{11} =$ | 0,10 |

Outils d'aide à l'interprétation



Porosité



G
R
A
P
H
I
Q
U
E

D
E
S

E
F
F
E
T
S

Limites de signification

avec σ^2 connu, à partir de points répétés

$$\text{Limites} = \pm t_{\alpha,d} \times \text{Ecart-type } (b_j)$$

α = seuil de signification

d = degrés de liberté

Statistiques à partir de r points répétés :

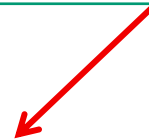
Variance : $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^r (y_i - \bar{y})^2}{r - 1}$

r = nombre de répétitions ➡ $d = r - 1$

Limites de signification

avec σ^2 connu, à partir de points répétés

$$\text{Limites} = \pm t_{\alpha,d} \times \text{Ecart-type}(b_j)$$



Matrice d'Hadamard $\Rightarrow \text{Var}(b_j) = \sigma^2/N$

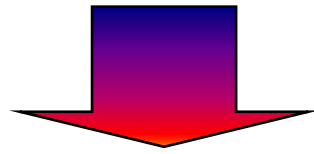
$\Rightarrow \sigma^2$ connu



$$\text{Var}(b_j) = \sigma^2/N$$



$$\text{Limites} = \pm t_{\alpha,d} \times \sqrt{\frac{\sigma^2}{N}}$$

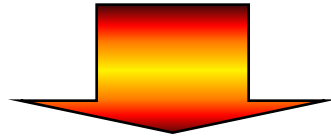


Pour des expériences répétées :

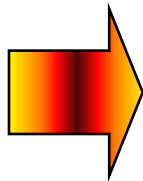
$$\sigma^2 = 0.06$$

$$d = 3$$

Variance de $b_j = \sigma^2 / N$



$$\text{var}(b_j) = 0.06 / 12 = 0.005$$



Ecart-type de $b_j = 0.0707$

Limites = $\pm t_{\alpha,d} \times \text{Ecart-type}(b_j)$

Limites = $\pm t_{\alpha,d} \times 0.0707$

TEST DE STUDENT



α bilatéral



ν (degré de liberté)

| | 0.9 | 0.8 | 0.7 | 0.6 | 0.5 | 0.4 | 0.3 | 0.2 | 0.1 | 0.05 | 0.02 | 0.01 | 0.005 | 0.001 |
|-----------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|---------------|-------------|-------------|--------------|--------------|
| 1 | 0.1584 | 0.3249 | 0.5095 | 0.7265 | 1 | 1.3764 | 1.9626 | 3.0777 | 6.3137 | 12.706 | 31.821 | 63.656 | 127.32 | 636.58 |
| 2 | 0.1421 | 0.2887 | 0.4447 | 0.6172 | 0.8165 | 1.0607 | 1.3862 | 1.8856 | 2.92 | 4.3027 | 6.9645 | 9.925 | 14.089 | 31.6 |
| 3 | 0.1366 | 0.2767 | 0.4242 | 0.5844 | 0.7649 | 0.9785 | 1.2498 | 1.6377 | 2.3534 | 3.1824 | 4.5407 | 5.8408 | 7.4532 | 12.924 |
| 4 | 0.1338 | 0.2707 | 0.4142 | 0.5686 | 0.7407 | 0.941 | 1.1896 | 1.5332 | 2.1318 | 2.7765 | 3.7469 | 4.6041 | 5.5975 | 8.6101 |
| 5 | 0.1322 | 0.2672 | 0.4082 | 0.5594 | 0.7267 | 0.9195 | 1.1558 | 1.4759 | 2.015 | 2.5706 | 3.3649 | 4.0321 | 4.7733 | 6.8685 |
| 6 | 0.1311 | 0.2648 | 0.4043 | 0.5534 | 0.7176 | 0.9057 | 1.1342 | 1.4398 | 1.9432 | 2.4469 | 3.1427 | 3.7074 | 4.3168 | 5.9587 |
| 7 | 0.1303 | 0.2632 | 0.4015 | 0.5491 | 0.7111 | 0.896 | 1.1192 | 1.4149 | 1.8946 | 2.3646 | 2.9979 | 3.4995 | 4.0294 | 5.4081 |
| 8 | 0.1297 | 0.2619 | 0.3995 | 0.5459 | 0.7064 | 0.8889 | 1.1081 | 1.3968 | 1.8595 | 2.306 | 2.8965 | 3.3554 | 3.8325 | 5.0414 |
| 9 | 0.1293 | 0.261 | 0.3979 | 0.5435 | 0.7027 | 0.8834 | 1.0997 | 1.383 | 1.8331 | 2.2622 | 2.8214 | 3.2498 | 3.6896 | 4.7809 |
| 10 | 0.1289 | 0.2602 | 0.3966 | 0.5415 | 0.6998 | 0.8791 | 1.0931 | 1.3722 | 1.8125 | 2.2281 | 2.7638 | 3.1693 | 3.5814 | 4.5868 |
| 11 | 0.1286 | 0.2596 | 0.3956 | 0.5399 | 0.6974 | 0.8755 | 1.0877 | 1.3634 | 1.7959 | 2.201 | 2.7181 | 3.1058 | 3.4966 | 4.4369 |
| 12 | | | | | | | | | | | | | | |

$$\text{Limites} = \pm t_{\alpha,d} \times \text{Ecart-type}(b_j)$$

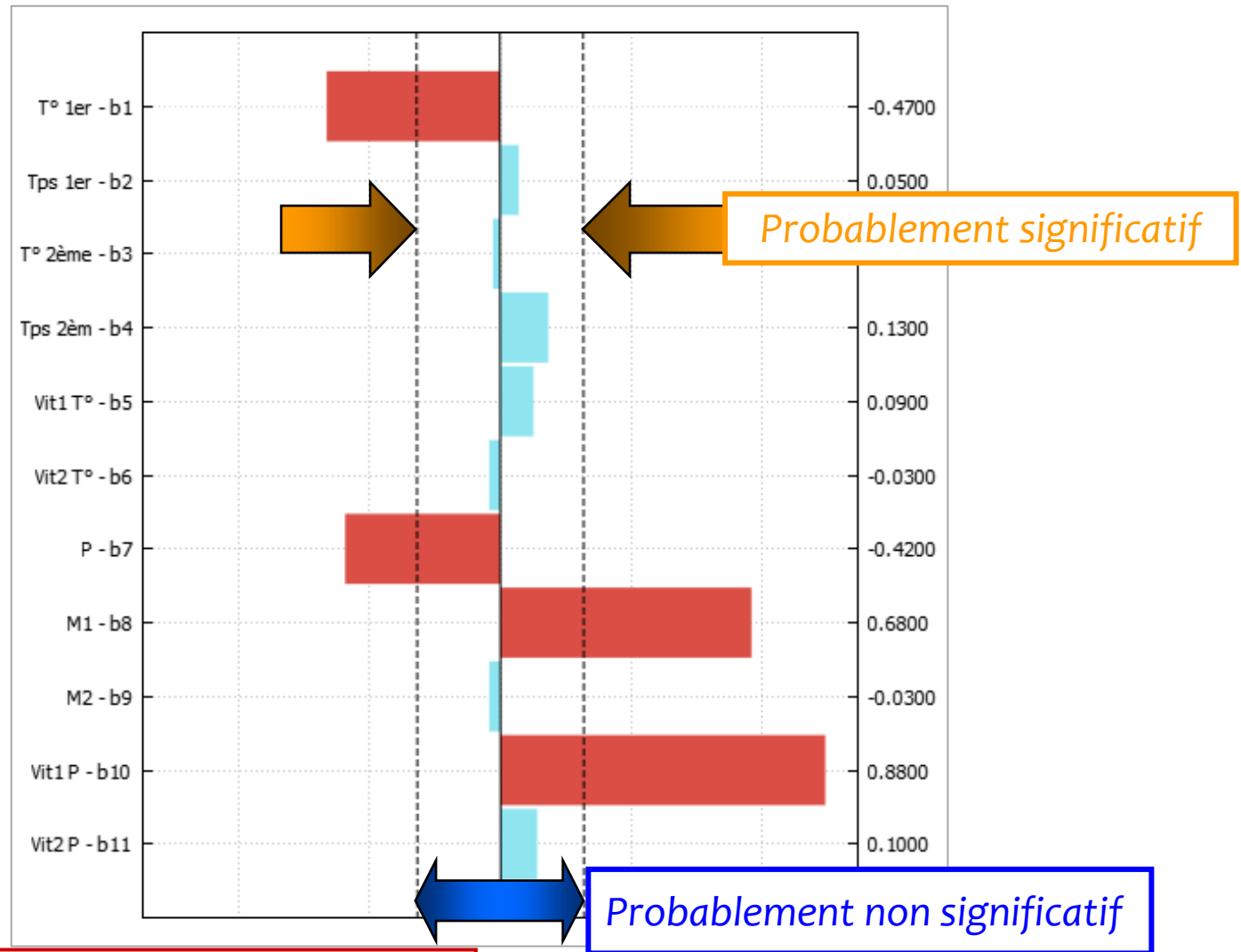
$$\cdot \text{Ecart-type}(b_j) = 0.0707$$

$$\cdot t_{0.95,3} = 3.18$$

$$\text{Limites} = \pm 3.18 \times 0.0707$$

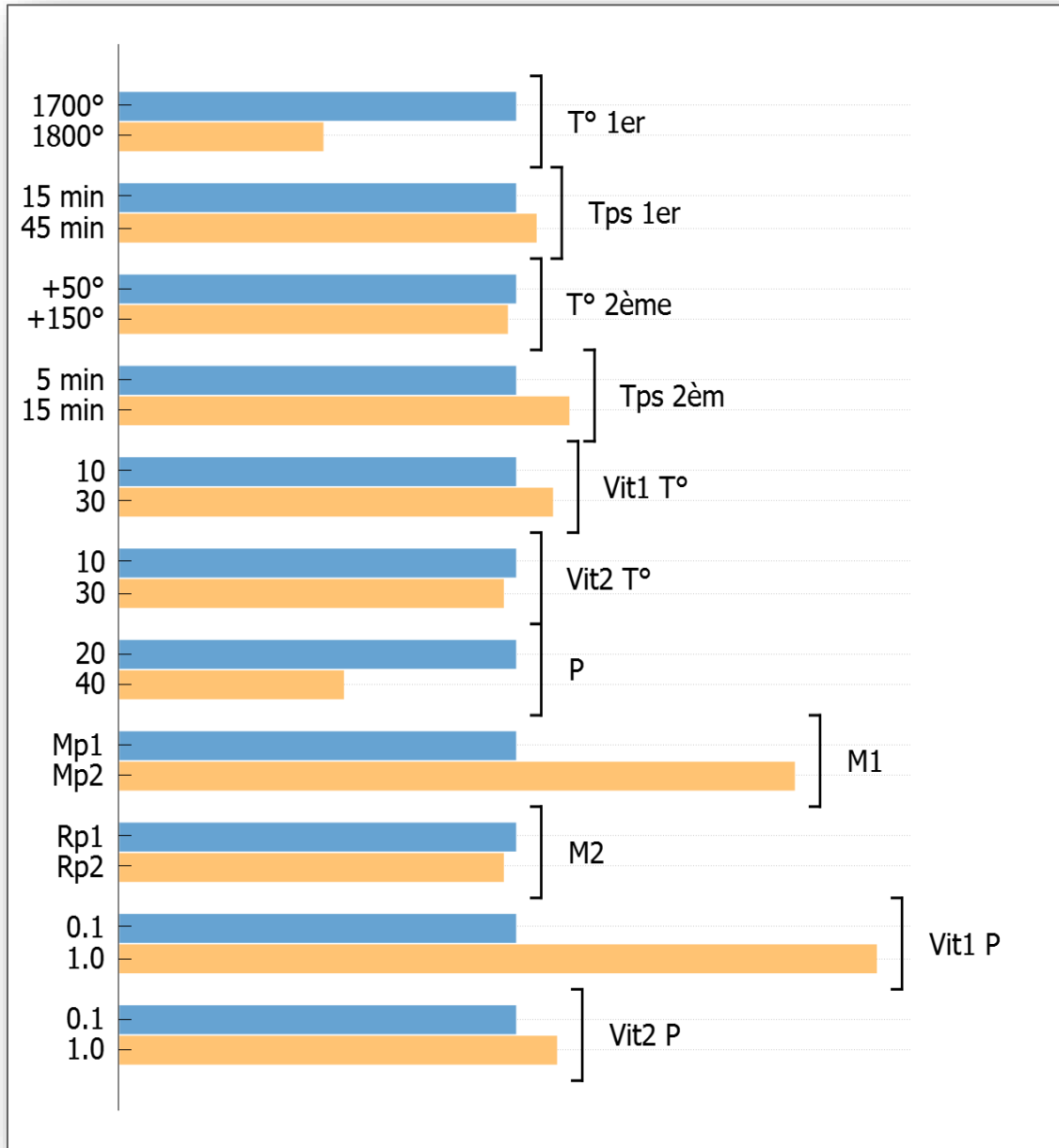
$$\text{Limites} = \pm 0.225$$

Porosité



Pour les autres facteurs, les 2 niveaux testés ont un comportement identique

Effets totaux : Porosité



Analyse de PARETO :

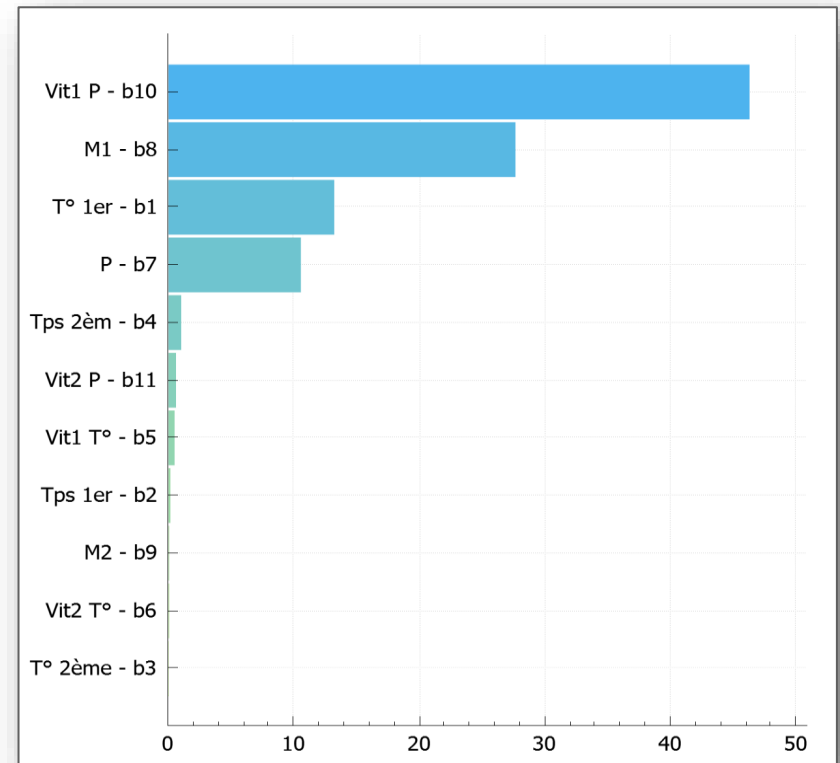
$$p_i(\%) = 100 \times \frac{b_i^2}{\sum b_i^2}$$

Analyse de Pareto : Porosité

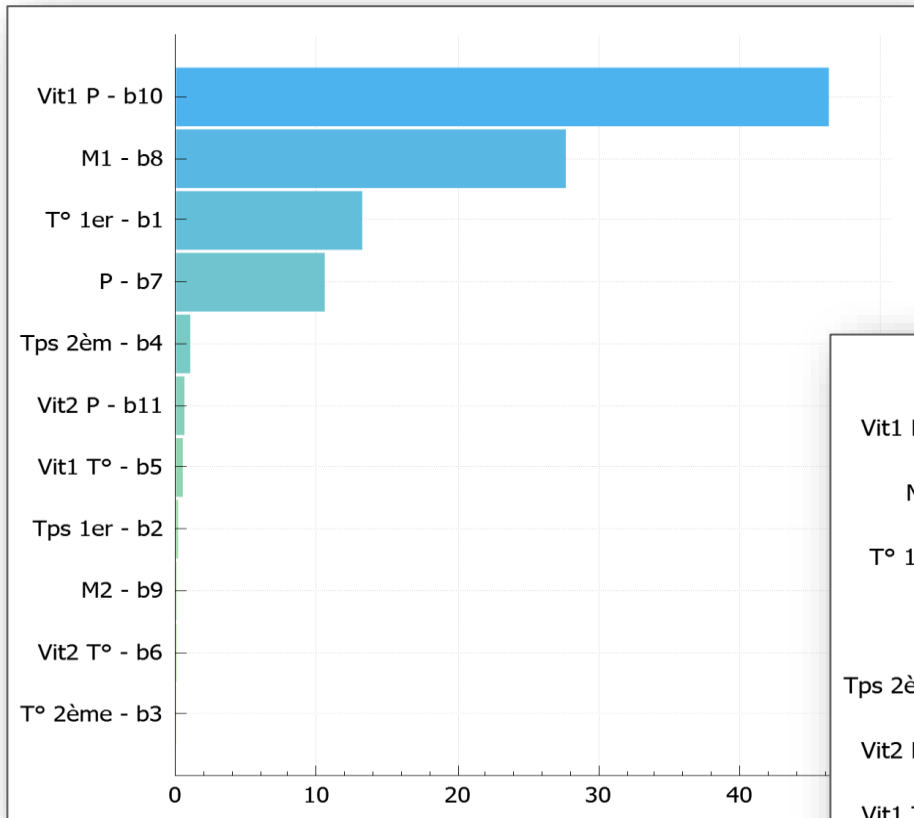
| | b_j |
|----------|-------|
| b_1 | -0,47 |
| b_2 | 0,05 |
| b_3 | -0,02 |
| b_4 | 0,13 |
| b_5 | 0,09 |
| b_6 | -0,03 |
| b_7 | -0,42 |
| b_8 | 0,68 |
| b_9 | -0,03 |
| b_{10} | 0,88 |
| b_{11} | 0,10 |

$$p_i (\%) = 100(b_i^2 / \sum b_i^2)$$

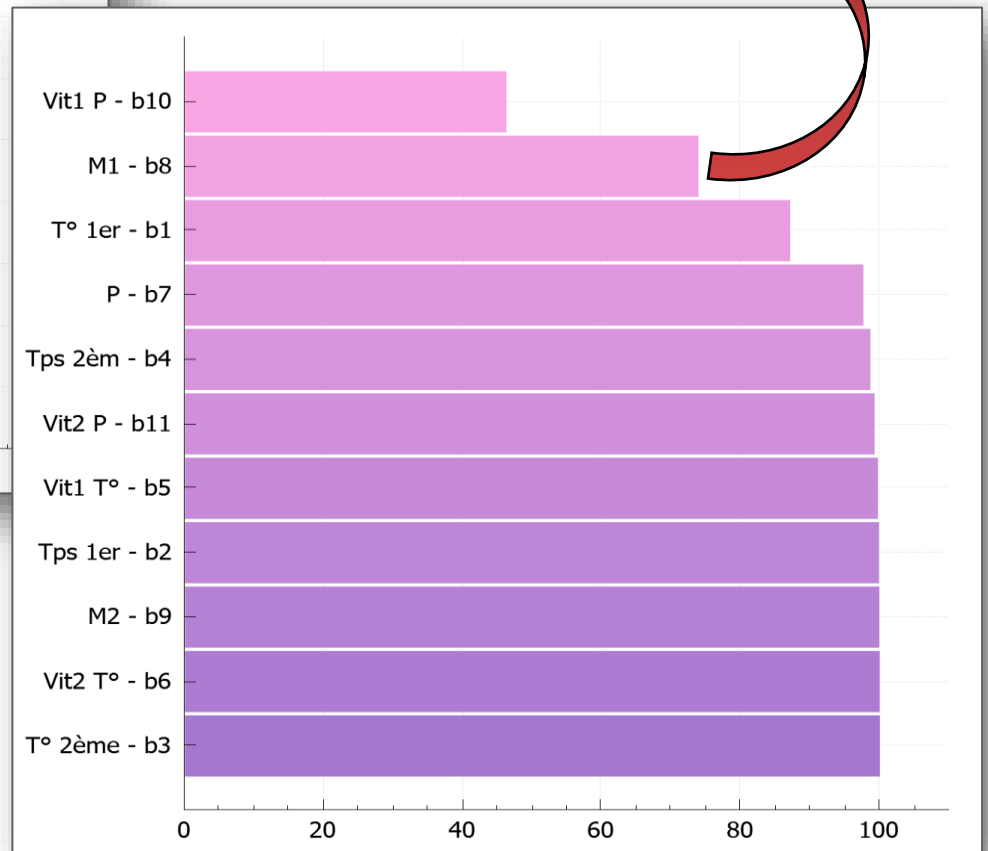
$$[\sum b_i^2 = 1,6738]$$



GRAPHIQUES DE PARETO



46.27 + 27.62



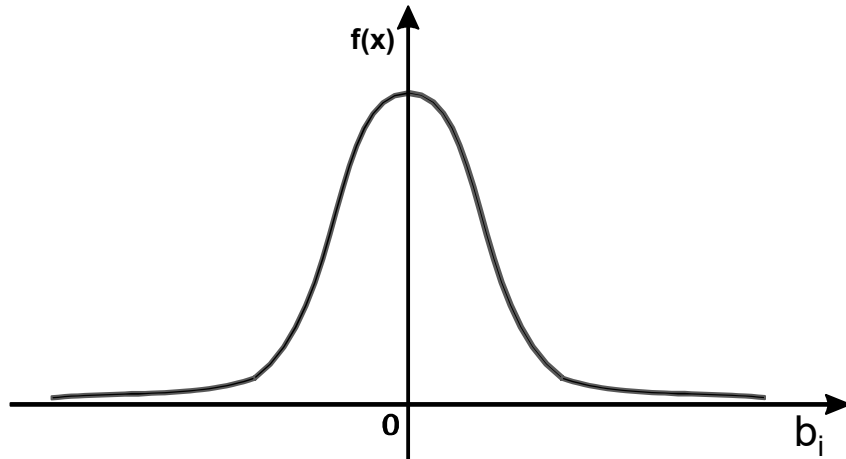
Droite de HENRY (Normal Plot)

$$H_0 : \beta_j = 0 \quad (j = 1, \dots, 11)$$

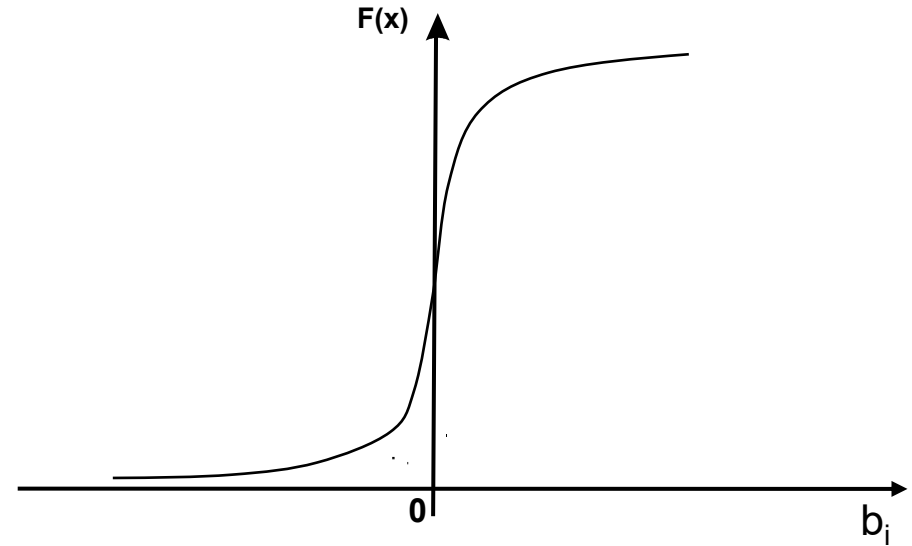


$$b_j = f(e_i) \quad (i = 1, \dots, N)$$

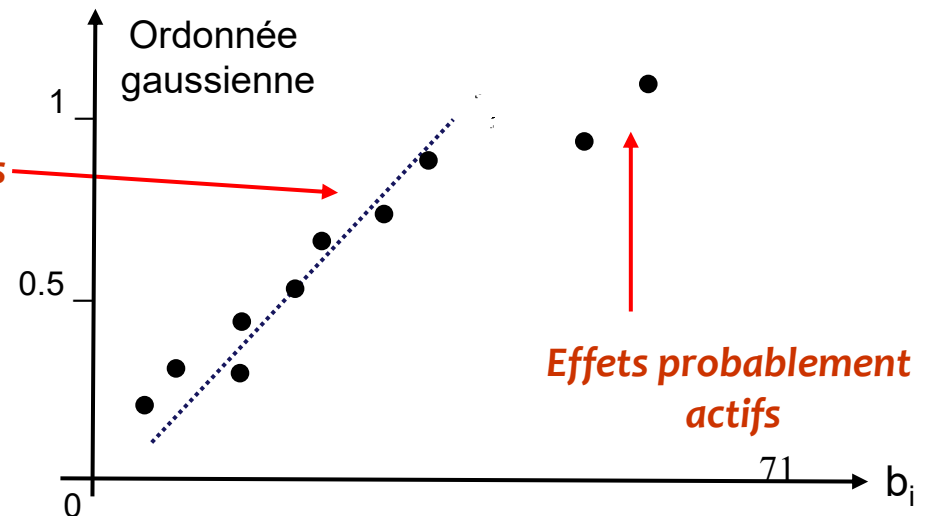
Distribution des (b_i)



Fonction de répartition

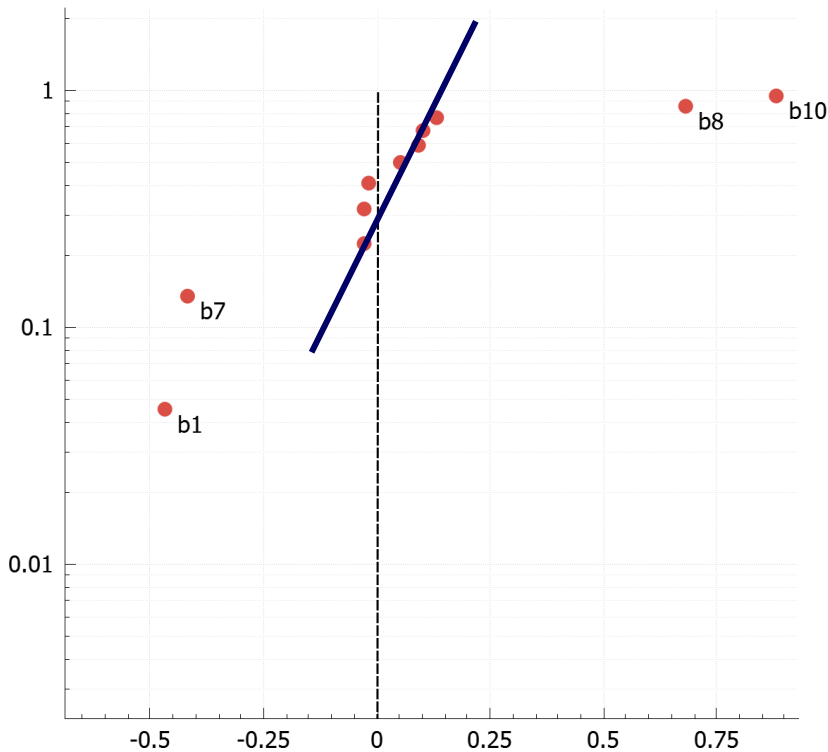


Effets non actifs

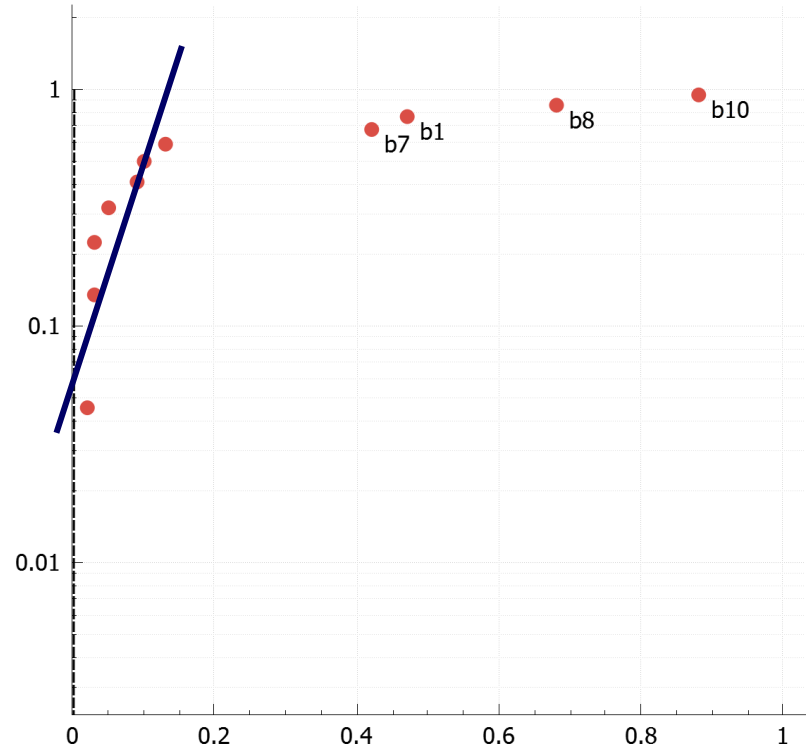


Porosité ouverte

Normal plot



Half normal plot



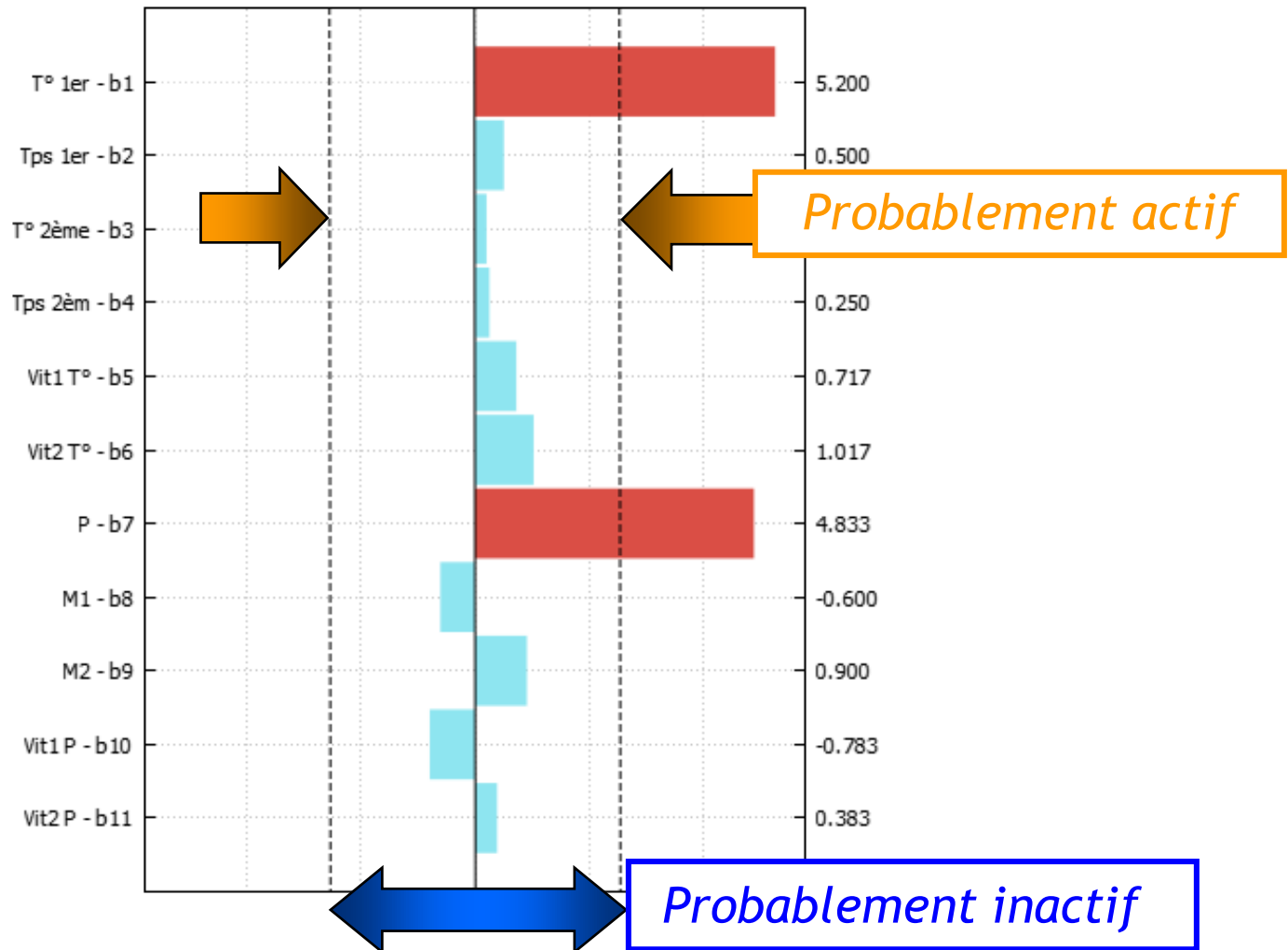
Réponses
expérimentales

| Y_1 | Y_2 | Y_3 |
|-------|-------|-------|
| 91,2 | 1,79 | 845 |
| 92,7 | 0,03 | 1022 |
| 99,2 | 0,23 | 1067 |
| 90,6 | 1,49 | 878 |
| 80,3 | 3,63 | 715 |
| 90,6 | 1,75 | 911 |
| 96,9 | 2,21 | 1020 |
| 92,2 | 1,09 | 891 |
| 99,1 | 0,47 | 1076 |
| 77,3 | 4,13 | 774 |
| 92,7 | 0,09 | 987 |
| 77,4 | 0,49 | 640 |

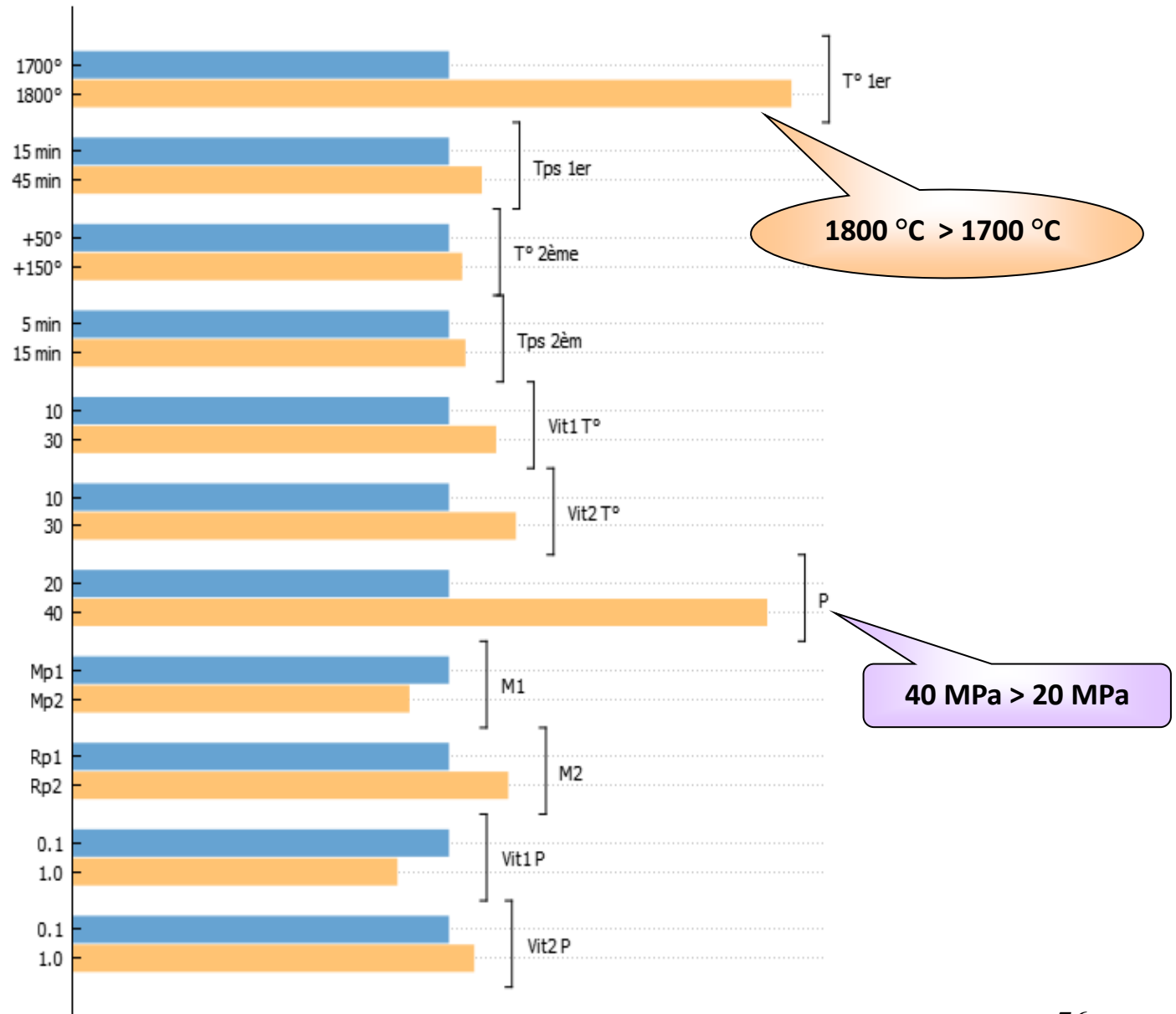
Estimation des "poids" : Densité

| | Y_1 |
|------------|-------|
| $b_0 =$ | 90,02 |
| $b_1 =$ | 5,20 |
| $b_2 =$ | 0,50 |
| $b_3 =$ | 0,20 |
| $b_4 =$ | 0,25 |
| $b_5 =$ | 0,72 |
| $b_6 =$ | 1,02 |
| $b_7 =$ | 4,83 |
| $b_8 =$ | -0,60 |
| $b_9 =$ | 0,90 |
| $b_{10} =$ | -0,78 |
| $b_{11} =$ | 0,38 |

Densité relative



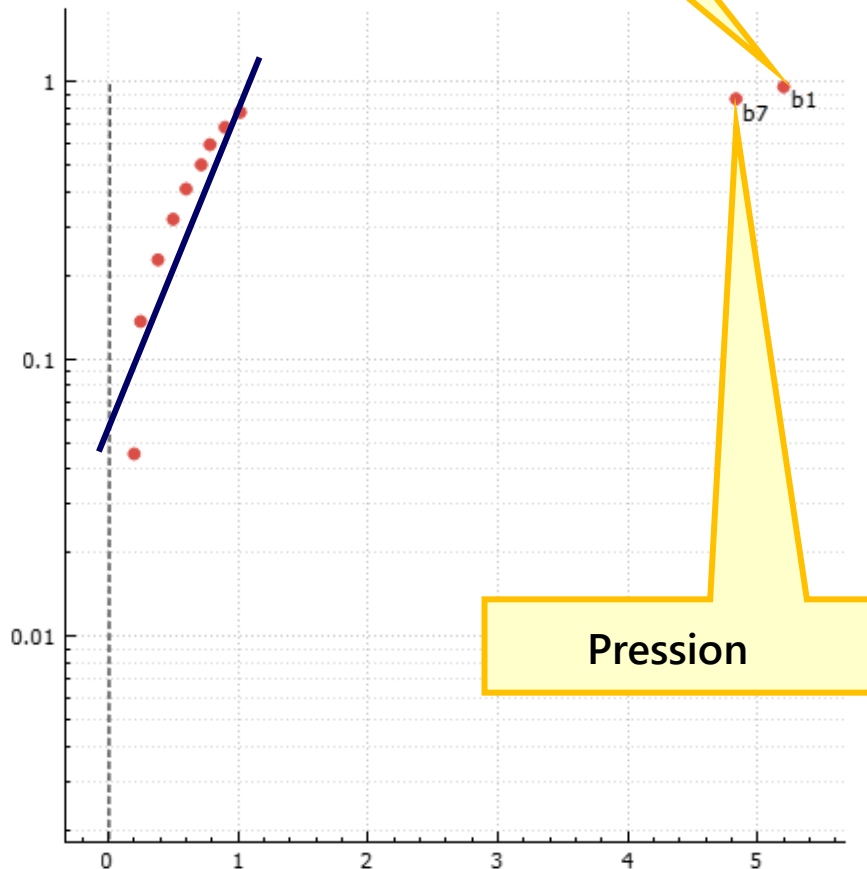
G R A P H I Q U E D E S P O I N D S



Densité relative

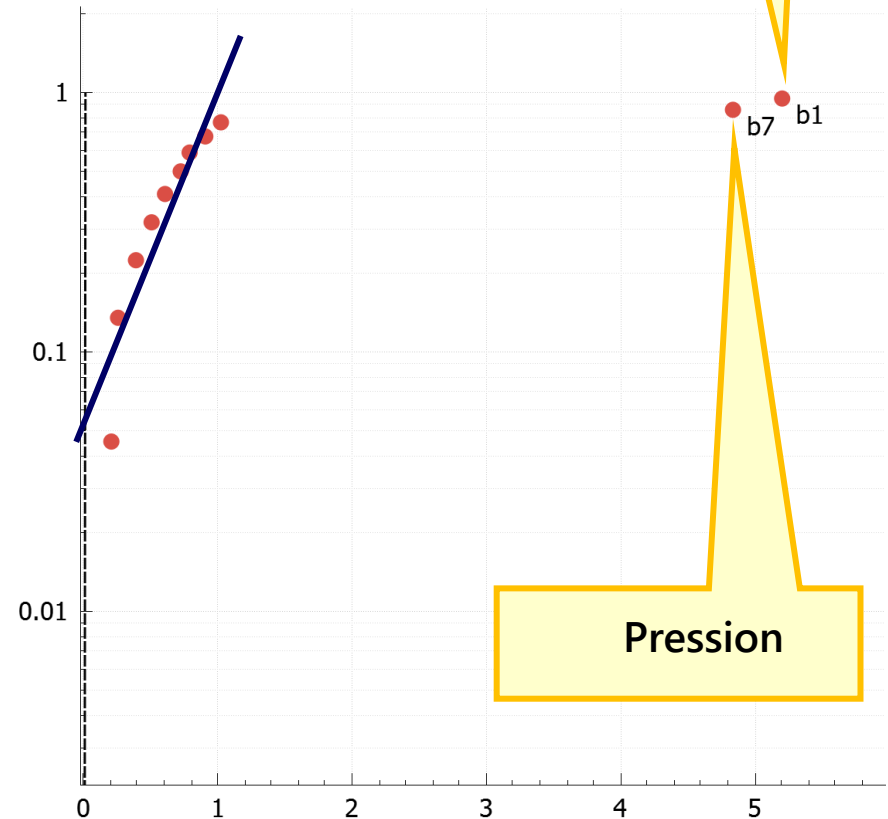
Temp. 1er palier

Normal plot



Temp. 1er palier

Half normal plot



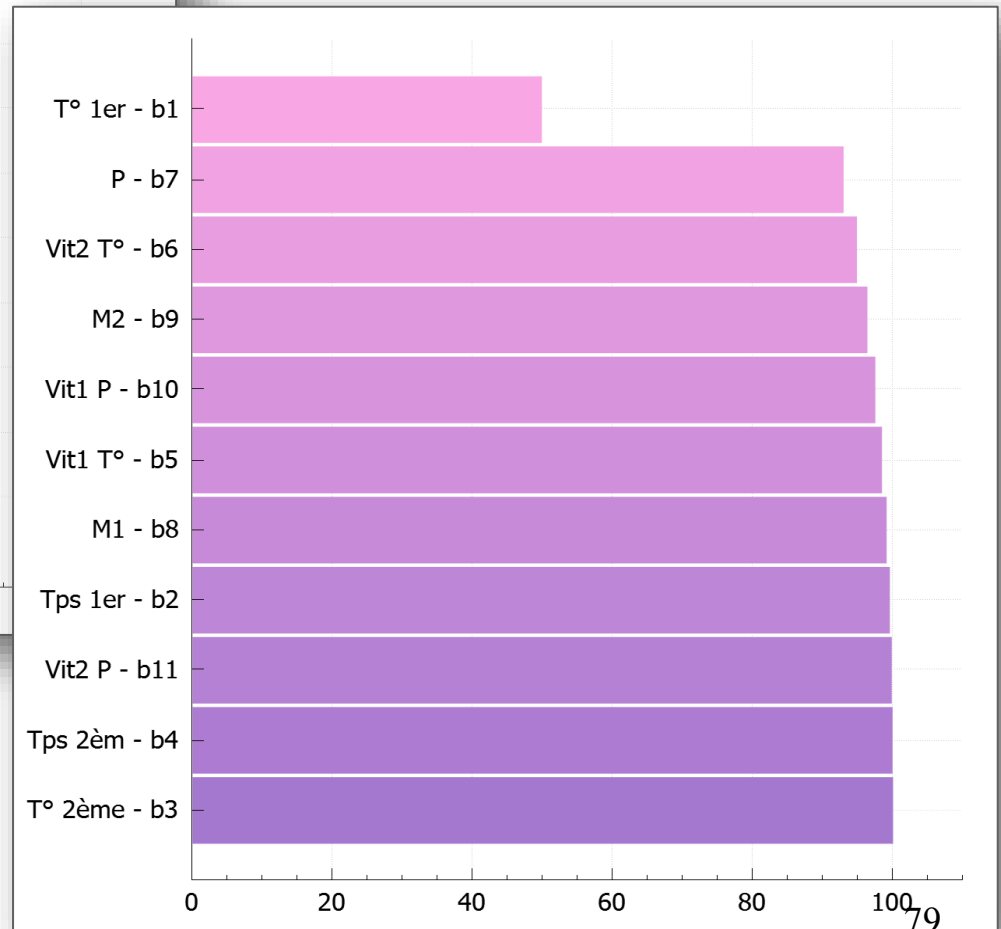
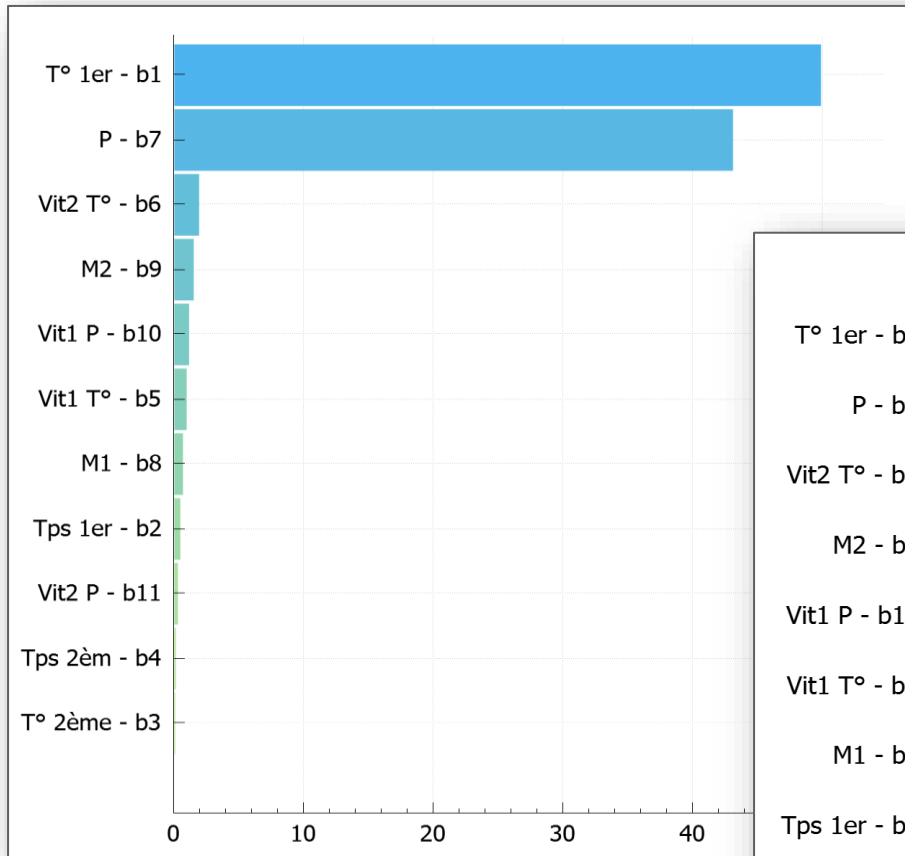
Analyse de Pareto : Densité Relative

| | b_i | b_i^2 | p_i (%) | Rang |
|----------|--------|---------|-----------|------|
| b_1 | 5,20 | 27,04 | 49,9 | 1 |
| b_2 | 0,50 | 0,25 | 0,46 | 8 |
| b_3 | 0,20 | 0,04 | 0,07 | 11 |
| b_4 | 0,25 | 0,06 | 0,12 | 10 |
| b_5 | 0,72 | 0,51 | 0,95 | 6 |
| b_6 | 1,02 | 1,03 | 1,91 | 3 |
| b_7 | 4,83 | 23,4 | 43,1 | 2 |
| b_8 | - 0,60 | 0,36 | 0,66 | 7 |
| b_9 | 0,90 | 0,81 | 1,49 | 4 |
| b_{10} | - 0,78 | 0,61 | 1,13 | 5 |
| b_{11} | 0,38 | 0,15 | 0,27 | 9 |

$$p_i (\%) = 100 (b_i^2 / \sum b_i^2)$$

$$[\sum b_i^2 = 54,23]$$

GRAPHIQUES DE PARETO



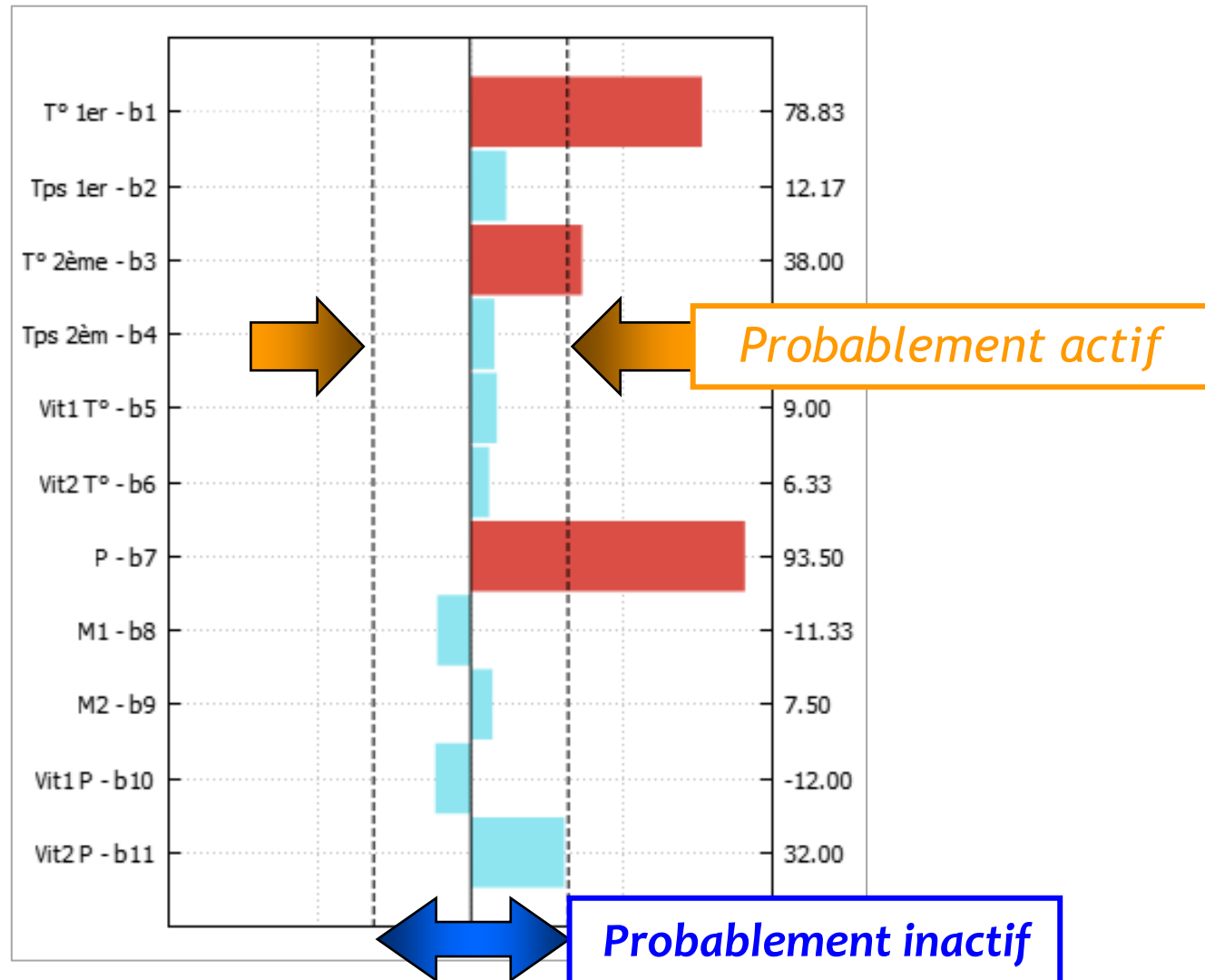
Estimation des combinaisons linéaires indépendantes

| | Y_1 | Y_2 | Y_3 |
|------------|-------|-------|-------|
| $b_0 =$ | 90,02 | 1,45 | 902,2 |
| $b_1 =$ | 5,20 | -0,47 | 78,8 |
| $b_2 =$ | 0,50 | 0,05 | 12,2 |
| $b_3 =$ | 0,20 | -0,02 | 38,0 |
| $b_4 =$ | 0,25 | 0,13 | 8,2 |
| $b_5 =$ | 0,72 | 0,09 | 9,0 |
| $b_6 =$ | 1,02 | -0,03 | 6,3 |
| $b_7 =$ | 4,83 | -0,42 | 93,5 |
| $b_8 =$ | -0,60 | 0,68 | -11,3 |
| $b_9 =$ | 0,90 | -0,03 | 7,5 |
| $b_{10} =$ | -0,78 | 0,88 | -12,0 |
| $b_{11} =$ | 0,38 | 0,10 | 32,0 |

Estimation des "poids" : résistance à la flexion

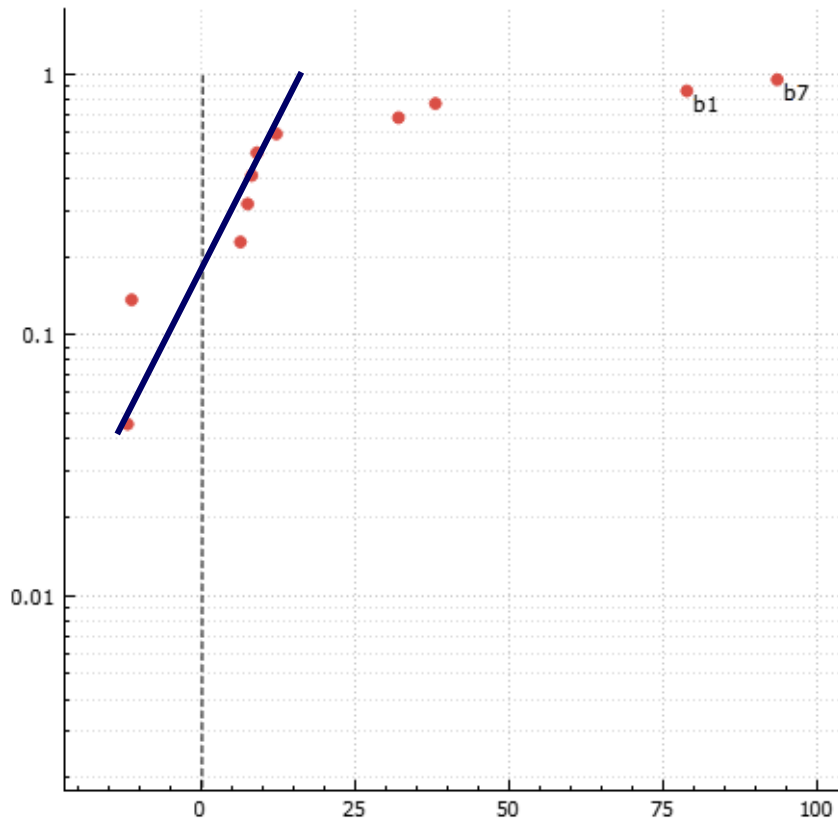
| | Y_3 |
|------------|-------|
| $b_0 =$ | 902,2 |
| $b_1 =$ | 78,8 |
| $b_2 =$ | 12,2 |
| $b_3 =$ | 38,0 |
| $b_4 =$ | 8,2 |
| $b_5 =$ | 9,0 |
| $b_6 =$ | 6,3 |
| $b_7 =$ | 93,5 |
| $b_8 =$ | -11,3 |
| $b_9 =$ | 7,5 |
| $b_{10} =$ | -12,0 |
| $b_{11} =$ | 32,0 |

Résistance à la flexion

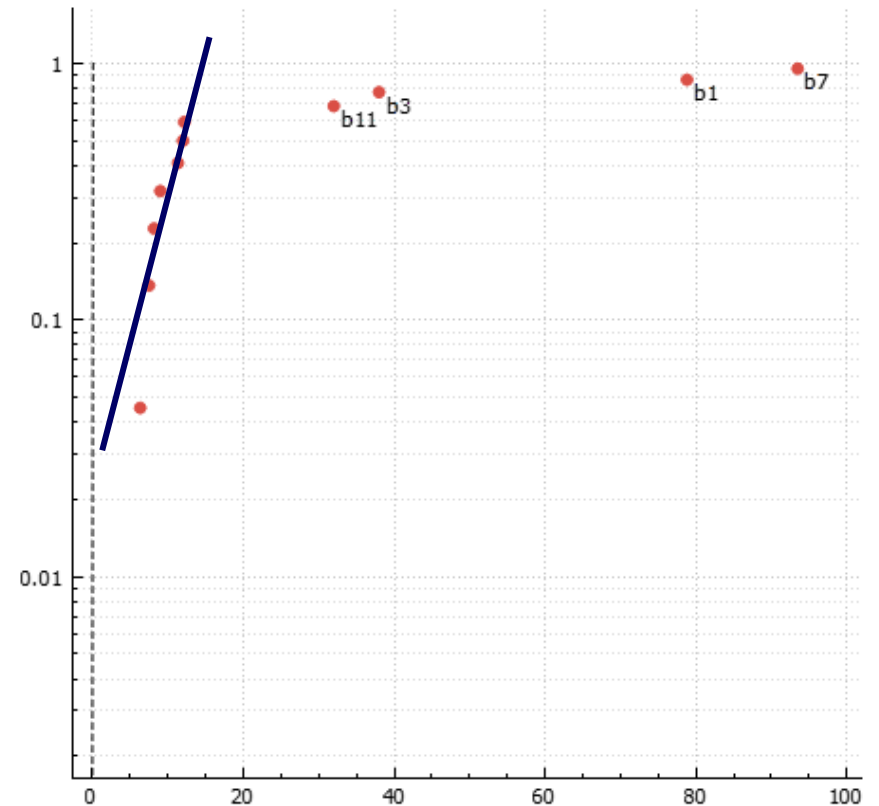


Résistance à la flexion

Normal plot



Half normal plot



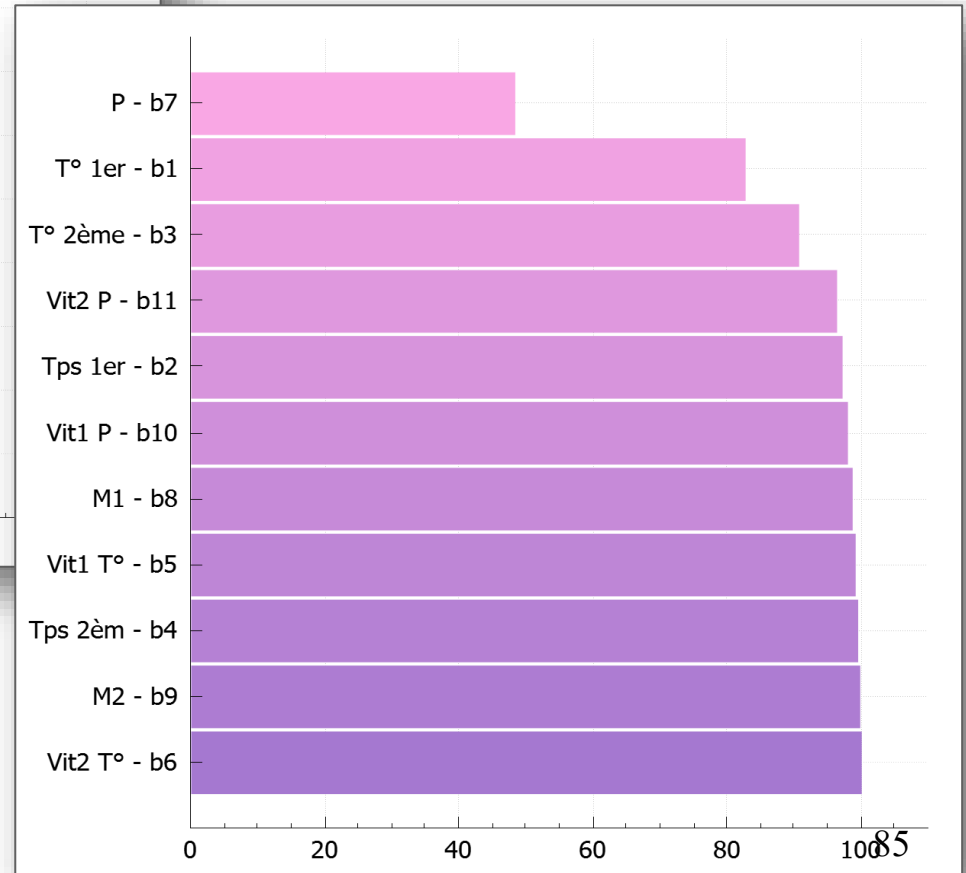
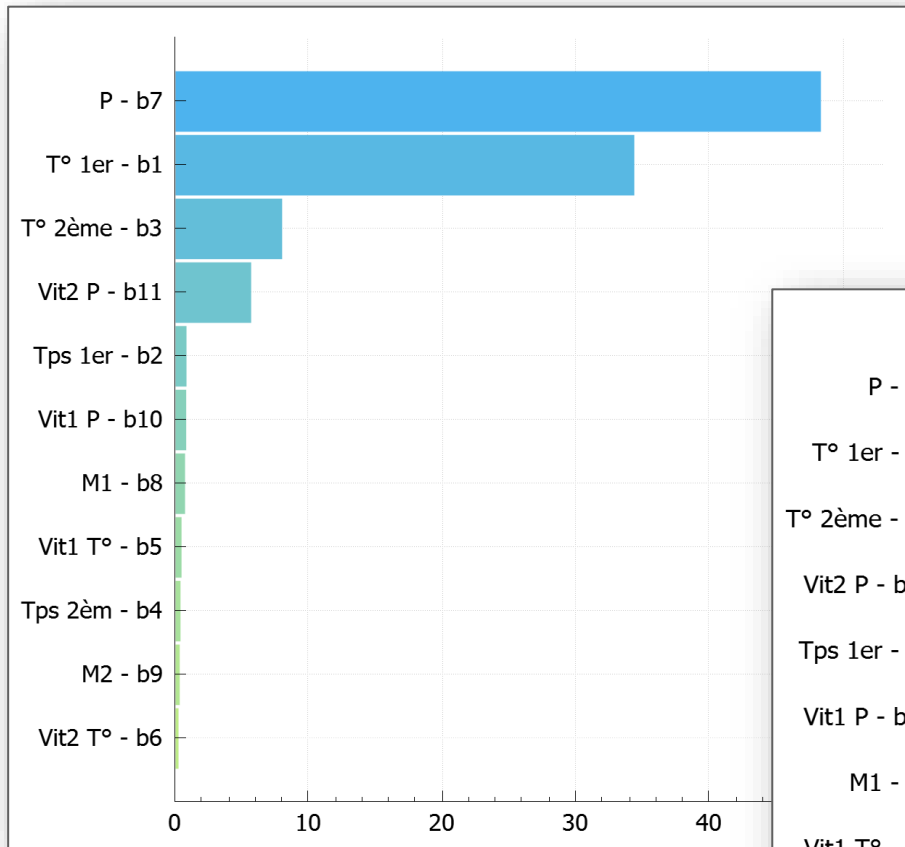
Analyse de Pareto : Résistance à la flexion

| | b_i | b_i^2 | p_i (%) | Rang |
|----------|-------|---------|-----------|------|
| b_1 | 78,8 | | | |
| b_2 | 12,2 | | | |
| b_3 | 38,0 | | | |
| b_4 | 8,2 | | | |
| b_5 | 9,0 | | | |
| b_6 | 6,3 | | | |
| b_7 | 93,5 | | | |
| b_8 | -11,3 | | | |
| b_9 | 7,5 | | | |
| b_{10} | -12,0 | | | |
| b_{11} | 32,0 | | | |

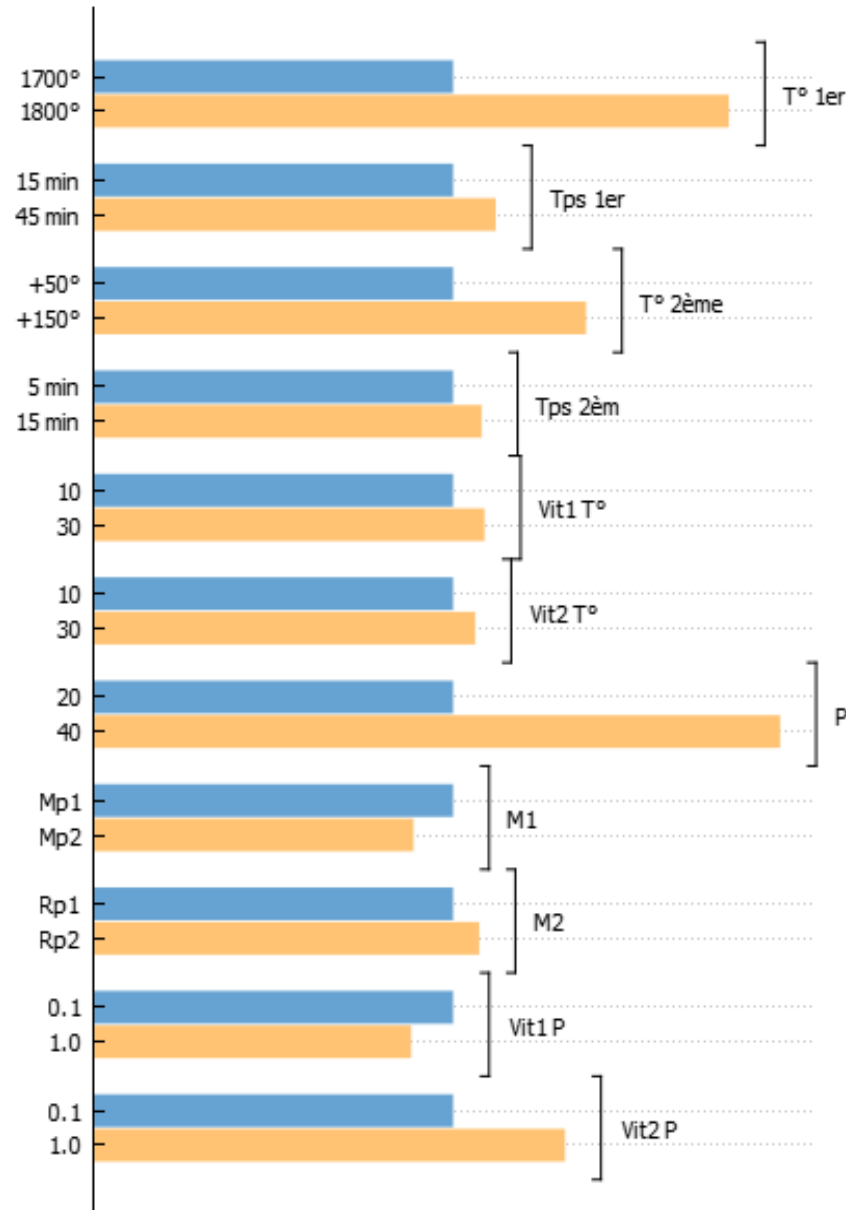
$$p_i (\%) = 100 (b_i^2 / \sum b_i^2)$$

$$[\sum b_i^2 = 18089]$$

Approche de Pareto : Résistance à la flexion



Effets totaux : résistance à la flexion



CONSEILS CRIBLAGE



Dans l'interprétation, toutes les informations que nous obtenons ne sont valables que pour les niveaux choisis, nous ne devons, en aucun cas, extrapoler ou interpoler.



Les outils d'aide à l'interprétation ne sont performants que si le nombre de facteurs et le nombre d'expériences sont suffisamment grands et que l'hypothèse de base du criblage est respectée :

la probabilité qu'un facteur ait une influence sur la réponse étudiée est faible (principe de « sparsity », principe de Pareto, ...).

- ➡ Le **normal plot** et le **half normal plot** sont des outils qui permettent juger (visuellement) si des poids sont probablement actifs, ils peuvent s'appliquer dans tous les cas, si nous avons des expériences répétées ou non répétées.
- ➡ L'**approche de PARETO**, qui n'est utilisée que dans le criblage peut s'appliquer dans tous les cas, si nous avons des expériences répétées ou non répétées.